

UNIVERSITÀ DI PISA

FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA IN SCIENZE FISICHE

ANNO ACCADEMICO 2004-05

TESI DI LAUREA SPECIALISTICA

GENERAZIONE DI ONDE
DA UN SATELLITE MAGNETIZZATO
ORBITANTE NELL'ATMOSFERA
TERRESTRE

CANDIDATO

Alessandro Biancalani

RELATORE

Prof. Francesco Pegoraro

*Al mio babbo,
il primo dei miei maestri*

Indice

1	Introduzione e motivazioni	7
I	Caratteristiche dell'alta atmosfera	11
2	Densità, temperatura e campo magnetico	13
2.1	Densità	13
2.2	Temperatura	14
2.3	Campo magnetico	15
3	Velocità, lunghezze e frequenze caratteristiche del plasma	16
3.1	Velocità termiche	16
3.2	Raggi di Larmor e frequenze di ciclotrone	16
3.3	Frequenza di plasma e lunghezza di Debye	17
3.4	Lunghezza di pelle e velocità di Alfvén	18
4	Collisionalità	19
5	Scelta della fascia di altezze ottimale per esperimenti attivi	22
II	Generazione di onde per effetto Cherenkov	25
6	Relazione di dispersione	27
6.1	Relazione di dispersione generica	27
6.2	Frequenze interessanti per l'emissione spontanea	29
6.3	Relazione di dispersione di Appleton-Hartree	29
7	Condizione di Cherenkov	32
7.1	Condizione di Cherenkov in un plasma magnetizzato	32
7.2	Esistenza di una soluzione per le onde di ciclotrone elettroniche	33
8	Il cono di Mach	36
8.1	Considerazioni generali	36
8.2	Sorgente estesa lungo y (problema bidimensionale)	37

8.3 Sorgente localizzata (problema tridimensionale)	37
III Potenza irradiata	41
9 Formalismo generale	43
9.1 Potenza irradiata generica	43
9.2 Il vettore di polarizzazione	44
10 Sorgente a doppio filo	46
10.1 Formula per la resistenza di radiazione	46
10.2 Risultati per l'emissione	48
11 Sorgente a spira	53
11.1 Formula per la resistenza di radiazione	53
11.2 Risultati per l'emissione	55
12 Stima della potenza irradiata da AcME e conclusioni	59
12.1 Potenza irradiata	59
12.2 Conclusioni	60
12.3 Ringraziamenti	61

Capitolo 1

Introduzione e motivazioni

The secret of magnetism, now explain that to me!

There is no greater secret, except love and hate.

Johann Wolfgang von Goethe

Lo spazio può rappresentare un ottimo laboratorio di fisica dei plasmi per esperimenti su grande scala in regimi di plasma magnetizzato non-collisionale. La grande varietà di sonde mandate in orbita fino ad oggi intorno alla Terra ci ha permesso di ottenere una buona conoscenza della ionosfera e della magnetosfera terrestre, ma che ancora è lontana dall'essere completa.

Questa tesi affronta lo studio dell'emissione di onde di plasma da parte di un satellite magnetizzato orbitante nella ionosfera terrestre. L'approccio è quello di progettare un esperimento *attivo* nello spazio, distinguendosi concettualmente dalla maggior parte dei lavori di fisica del plasma spaziale presenti in letteratura. In un tradizionale esperimento di misurazioni ionosferiche un satellite agisce come sonda in un ambiente di cui si vuol conoscere ogni caratteristica perturbandolo il meno possibile, allo scopo di raggiungere una buona conoscenza di un sistema che è la ionosfera terrestre. In un esperimento attivo, al contrario, si cerca di far interagire il più possibile il satellite con l'ambiente per ottenere informazioni sul sistema satellite-ionosfera ed indirettamente sulla ionosfera stessa. Esperimenti attivi possono consistere sia nell'iniezione di particelle o radiazione nel plasma circostante sia nell'utilizzo della velocità kepleriana del satellite orbitante relativa al plasma corotante intorno alla Terra per studiare la propagazione di un plasma intorno ad un ostacolo conduttore. Una delle più note missioni che appartengono a questo genere è la TSS (*Tethered Satellite System*), che prende in esame un sistema costituito da un lungo cavo conduttore ai cui estremi sono collegati due satelliti e attraverso il quale viene fatta passare una corrente continua o alternata. Il cavo emette onde di plasma per un effetto che è combinazione di effetto Cherenkov (dovuto al moto nel plasma ionosferico) e di irraggiamento da antenna.

L'idea della tesi è nata all'interno di un progetto di missione spaziale del gruppo di plasmi dell'Università di Pisa che ha preso il nome AcME (*Active Magnetic Experiment*). Si tratta di un satellite attorno al quale viene creata una *bolla magnetica*,

ovvero una magnetosferina artificiale sorretta da un campo magnetico dipoloidale generato dal satellite e alimentata dal plasma ionosferico ed eventualmente da plasma emesso dal satellite stesso. A sua volta l'idea di AcME è nata dal grande interesse con cui viene seguita l'interazione con l'atmosfera circostante di satelliti naturali del sistema solare, primo tra tutti Io, con la differenza di una scala completamente diversa che dà ad ogni risultato una immediata caratteristica di novità. Il modo più notevole che un satellite magnetizzato ha di interagire col plasma circostante è generando onde di plasma. Il meccanismo chiave dell'emissione è l'effetto Cherenkov, dovuto al passaggio del satellite attraverso il plasma ionosferico.

Nella prima parte di questo lavoro ci poniamo il problema di individuare nella nostra atmosfera quale possa essere la fascia orbitale più adatta ad ospitare un esperimento attivo. Vengono raccolti in letteratura dati di densità, temperatura e campo magnetico e delineati i loro andamenti alle varie altezze sulla superficie terrestre insieme con quelli di parametri caratteristici del plasma, come raggi di Larmor e lunghezza di Debye. In base a questi si sceglie come fascia adatta ad un esperimento attivo quella ionosferica, tra i 300 km e i 2000 km circa. E' a queste altezze che un satellite di dimensioni standard può generare fenomeni collettivi di plasma e perturbarlo quindi attivamente.

Nella seconda parte viene innanzitutto studiata la propagazione di onde tramite la relazione di dispersione in un ambiente caratterizzato dai parametri della fascia di altezze scelta. Si mostra come un satellite con le dimensioni scelte sia sorgente principalmente di onde di *whistlers* prossime alla risonanza di ciclotrone elettronica. Viene poi formulata la condizione di Cherenkov e delineate le caratteristiche principali dell'emissione. Per le frequenze più interessanti viene infine disegnato il cono di Mach dell'emissione, che descrive come si estende la perturbazione dovuta al corpo nello spazio circostante. La sua caratteristica peculiare vedremo essere la mancanza dell'isotropia che caratterizza il cono di Mach a noi più familiare, che è quello dovuto a onde di pressione generate da un corpo che si muove in regime supersonico.

La terza parte affronta il problema di dare una stima della potenza emessa in irraggiamento. Viene ricostruita una teoria della resistenza di radiazione differenziale sulla linea guida degli studi fatti sul TSS e applicata a due particolari sorgenti:

- 1) una coppia di fili infinitamente lunghi con corrente opposta in verso, l'approssimazione più elementare della spira di AcME.
- 2) una corrente disposta lungo i lati di un quadrato.

Il caso del doppio filo ha il pregio di costituire un problema in 2 dimensioni, con la conseguente semplificazione dei conti, ma che genera andamenti dei campi che scalano in modo completamente diverso con la distanza. Se pur ci dà meno informazioni sull'emissione reale di un satellite, è però al giorno d'oggi il caso che ha prospettive più tangibili di un confronto con simulazioni numeriche, che verranno portate a termine a breve dal gruppo di plasmi dell'Università di Pisa. Il calcolo della potenza emessa da una corrente disposta su un quadrato ci dà invece le prime stime di emissione della spira del satellite AcME.

Risultati di questo genere aprono direttamente la strada alla realizzazione di un sistema siffatto e alla verifica di tali previsioni per mezzo di satelliti spia posizionati

intorno a quello principale o di rivelatori da Terra.

In effetti la proposta AcME ha riscosso notevole successo nello scenario europeo della fisica del plasma spaziale arrivando ad aggiudicarsi il primo posto tra le proposte innovative che l'ESA finanzierà in un immediato futuro[1].

Parte I

Caratteristiche dell'alta atmosfera

Vogliamo in questa sezione descrivere l'alta atmosfera tramite i parametri che caratterizzano il plasma alle varie altezze dalla superficie terrestre. La maggior parte di questi parametri non hanno un valore univoco con l'altezza: variano molto nel tempo in base all'attività solare e all'escursione giorno-notte. Per tener di conto di queste variazioni, nei grafici sono stati riportati il valore massimo e minimo alle varie altezze, in base ad una statistica di dati sperimentali provenienti dalle diverse orbite di vari satelliti. Sono stati utilizzati anche risultati di modelli numerici (IRI 90 e altri).

Le tre grandezze primarie da cui parte la nostra analisi sono la densità e la temperatura (per particelle neutre, ioni ed elettroni) e il campo magnetico. Da queste si calcolano grandezze derivate, come lunghezze e frequenze caratteristiche del plasma.

Capitolo 2

Densità, temperatura e campo magnetico

2.1 Densità

La densità della componente neutra dell'atmosfera terrestre ha un andamento pressoché esponenziale senza variazioni significative nel tempo. La componente ionizzata ha invece grosse variazioni temporali legate all'attività magnetica solare e all'escursione giorno-notte. La ionizzazione dell'atmosfera alle varie altezze è un processo che dipende sostanzialmente da due fattori: l'intensità di fotoni proveniente dalle altezze superiori e la densità di neutri. Dato che l'intensità di fotoni decresce avvicinandosi alla superficie e la densità di neutri aumenta, si ha un andamento non monotono della densità di ioni con un massimo tra i 300 e i 400 km. Essendo la maggior parte degli ioni ionizzati una sola volta, la densità di ioni e di elettroni coincide (si assume la neutralità su scala macroscopica). Dato però che la densità di elettroni è più facilmente misurabile, viene riportata quest'ultima nei grafici invece che quella ionica.

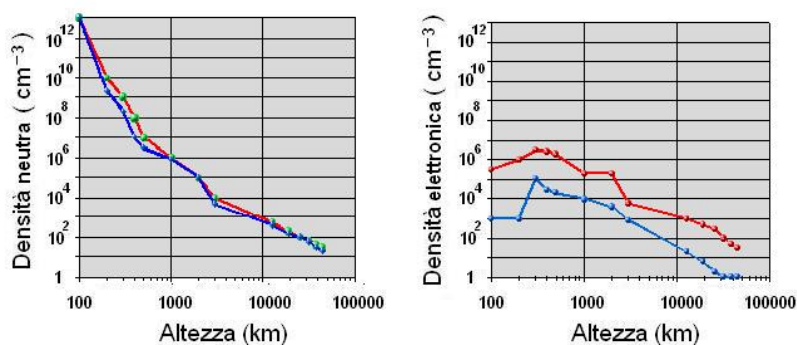


Figura 2.1: densità neutra[2, 3, 4, 5, 6, 7, 8] ed elettronica[2, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]

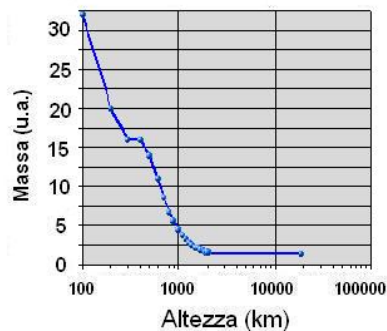


Figura 2.2: Massa ionica media [8]

La parte neutra dell'atmosfera prevale su quella ionizzata fino ad altezze di 1000-2000 km, dove le densità si equivalgono. Questa altezza definisce il confine tra *ionosfera* e *magnetosfera*. La ionosfera deve il suo nome all'alta densità di ioni ed elettroni rispetto alle altre zone dell'atmosfera, che causano la caratteristica riflessione delle onde radio. La magnetosfera è popolata da particelle che risentono, nei loro moti, più del campo magnetico che delle collisioni con le altre particelle.

La composizione chimica degli ioni è pressoché identica a quella dei neutri: si ha un passaggio da componenti molecolari ad atomiche, in cui l'ossigeno prevale fino a 700-800 km, poi l'idrogeno.

2.2 Temperatura

La temperatura dei neutri cresce fino a 500-1000 km per raggiungere quella che viene

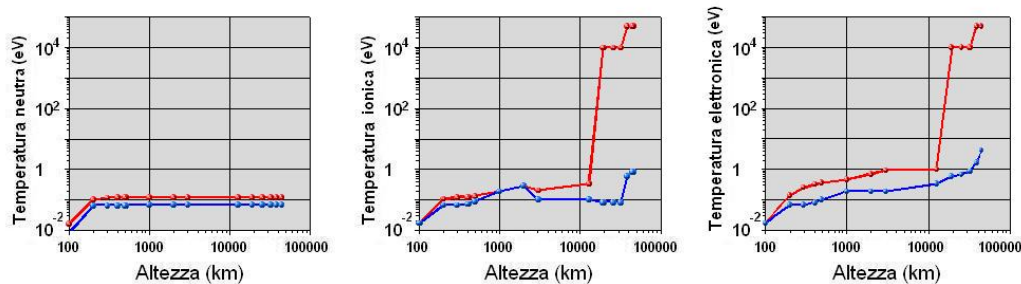


Figura 2.3: Temperatura neutra [2, 4, 8, 15]

Figura 2.4: Temperatura ionica [4, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 16, 17]

Figura 2.5: Temperatura elettronica [4, 7, 8, 9, 10, 13, 17, 18, 19, 20]

chiamata *temperatura esosferica*, dell'ordine del decimo di eV. Gli ioni e gli elettroni invece hanno temperature sempre crescenti che arrivano ai 10 eV.

2.3 Campo magnetico

Il campo magnetico che permea la nostra atmosfera è la somma del campo di dipolo terrestre (che ne delinea l'andamento principale) e dei campi generati dalle correnti magnetosferiche. La decrescita con l'altezza è quella tipica di un dipolo, $B \propto 1/r^3$.

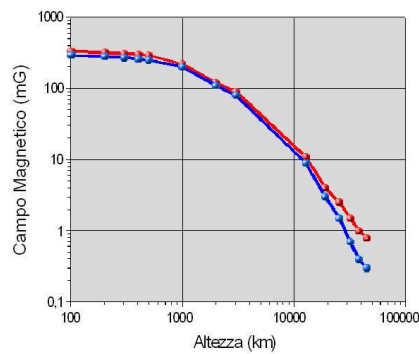


Figura 2.6: Campo magnetico [9]

Capitolo 3

Velocità, lunghezze e frequenze caratteristiche del plasma

3.1 Velocità termiche

Riportiamo la velocità termica delle particelle, in base alla temperatura e massa ionica media del precedente capitolo:

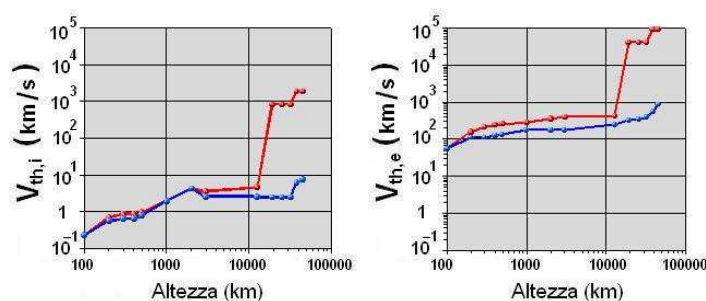


Figura 3.1: velocità termica media di ioni ed elettroni

3.2 Raggi di Larmor e frequenze di ciclotrone

I moti degli ioni e degli elettroni seguono, tra un urto ed un altro, delle traiettorie a spirale lungo le linee di campo con raggio e frequenza ρ_L e Ω . L'aumento continuo della temperatura con l'altezza e la diminuzione del campo magnetico prevalgono, nel caso degli ioni, sulla diminuzione della massa media, rendendo le curve dei raggi monotone crescenti. Per le frequenze abbiamo, nel caso degli ioni, che la diminuzione della massa predomina sulla diminuzione del campo magnetico nella fascia di altezze

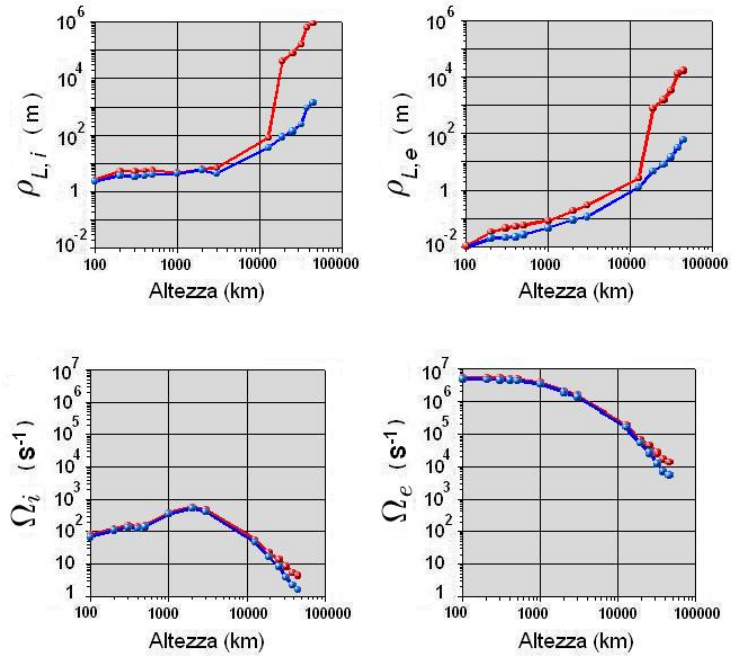


Figura 3.2: Raggi di Larmor e frequenze di ciclone ioniche ed elettroniche

della ionosfera mentre avviene il contrario alle altezze maggiori. Si ha così un valore massimo intorno ai 2000 km.

3.3 Frequenza di plasma e lunghezza di Debye

La frequenza di plasma ha un andamento analogo alla densità di elettroni, col caratteristico massimo alle altezze di 300-400 km.

Allo stesso modo, vista la modesta crescita della temperatura a queste altezze, la

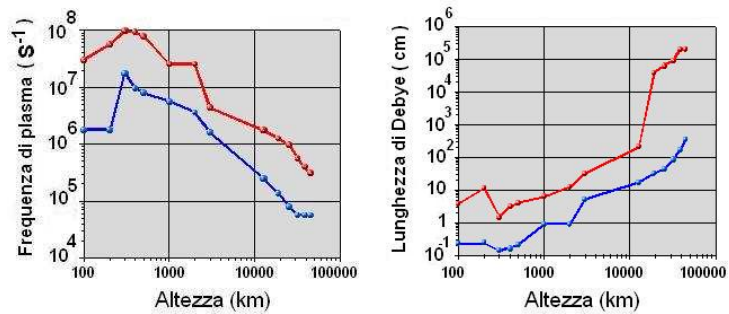


Figura 3.3: Frequenza di plasma e lunghezza di Debye

lunghezza di schermo di Debye assume valori minimi dell'ordine del mm o cm, per crescere poi fino al km, ad altezze geostazionarie.

3.4 Lunghezza di pelle e velocità di Alfven

La lunghezza caratteristica di evanescenza delle onde elettromagnetiche nel plasma é chiamata lunghezza di pelle. Ci dà una stima di quanto conta l'inerzia degli elettroni nella fisica del plasma che studiamo

$$\delta_p = \frac{c}{\omega_p}$$

La velocità di Alfven é la velocità con cui si propagano le onde di Alfven. Dipende proporzionalmente dal campo magnetico e ha come inerzia la densità di materia.

$$v_A = \frac{B}{\sqrt{4\pi n m_i}}$$

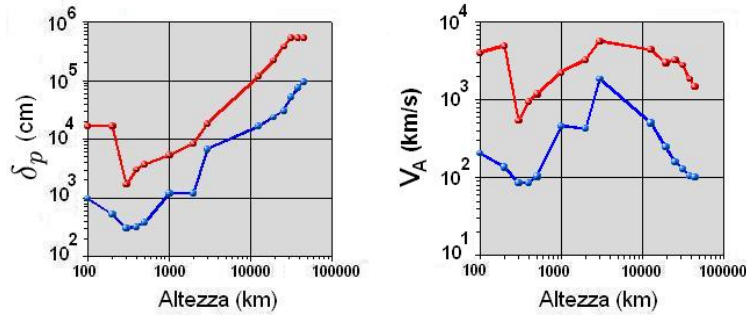


Figura 3.4: Lunghezza di pelle e velocità di Alfven

Capitolo 4

Collisionalità

Particelle cariche sono vincolate a muoversi lungo il campo solo in assenza di collisioni, che sono responsabili di moti di diffusione perpendicolari al campo nonché della termalizzazione del gas. Per il calcolo della frequenza di collisione ioni-neutri è stata approssimata la sezione d'urto a quella di particelle dure con dimensioni di $10^{-7}cm$, mentre per urti ioni-elettroni e ioni-ioni la sezione è quella caratteristica di Rutherford. Le frequenze di collisione corrispondenti sono [21]:

$$\nu_{c,in} = n_n \sigma_n v_{th,i} = \pi (10^{-7} cm)^2 n_n v_{th,i}$$

$$\nu_{c,en} = n_n \sigma_n v_{th,e} = \pi (10^{-7} cm)^2 n_n v_{th,e}$$

$$\nu_{c,ii} = n_i \sigma_R v_{th,i} = \frac{4\sqrt{\pi}}{3} \frac{n_i e^4}{m_i^{1/2} (K_B T_i)^{3/2}} \cdot \ln \Lambda_{ii}$$

$$\nu_{c,ie} = n_e \sigma_R v_{th,e} = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3} \frac{n_e e^4}{m_e^{1/2} (K_B T_e)^{3/2}} \cdot \ln \Lambda_{ie}$$

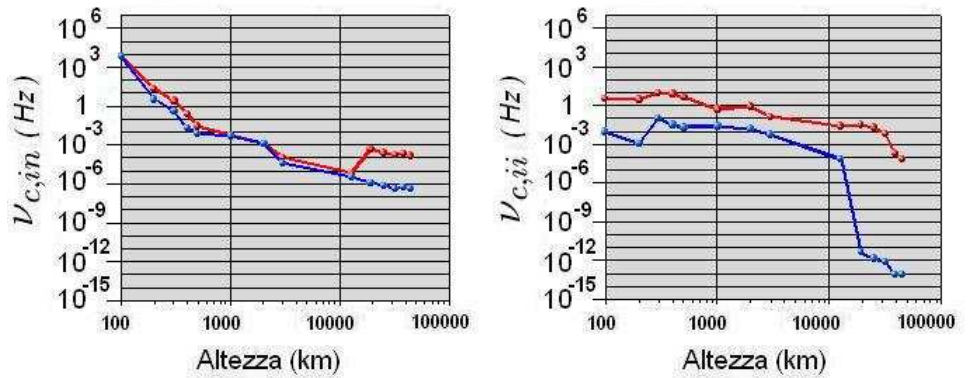


Figura 4.1: Frequenza di collisione ioni-neutri e ioni-ioni

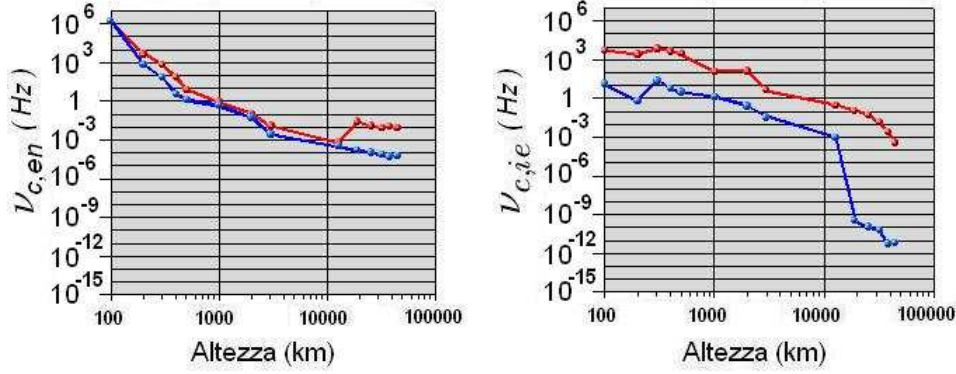


Figura 4.2: Frequenze di collisione elettroni-neutri e elettroni-ioni

dove $\ln \Lambda$ è il logaritmo di Coulomb:

$$\ln \Lambda = \ln \frac{\lambda_D}{r_0} = 9 + \ln \frac{T^{3/2}(k)}{n^{1/2}(cm^{-3})}$$

Definiamo il grado di magnetizzazione degli ioni per un certo tipo di urto come il rapporto tra frequenza di ciclotrone e frequenza di collisione normalizzato per l'opportuno 2π :

$$\mu_{i,in} = \frac{\Omega_i}{2\pi\nu_{c,in}}, \quad \mu_{i,ii} = \frac{\Omega_i}{2\pi\nu_{c,ii}}$$

ed in modo analogo per gli elettroni:

$$\mu_{e,en} = \frac{\Omega_e}{2\pi\nu_{c,en}}, \quad \mu_{e,ei} = \frac{\Omega_e}{2\pi\nu_{c,ie}}$$

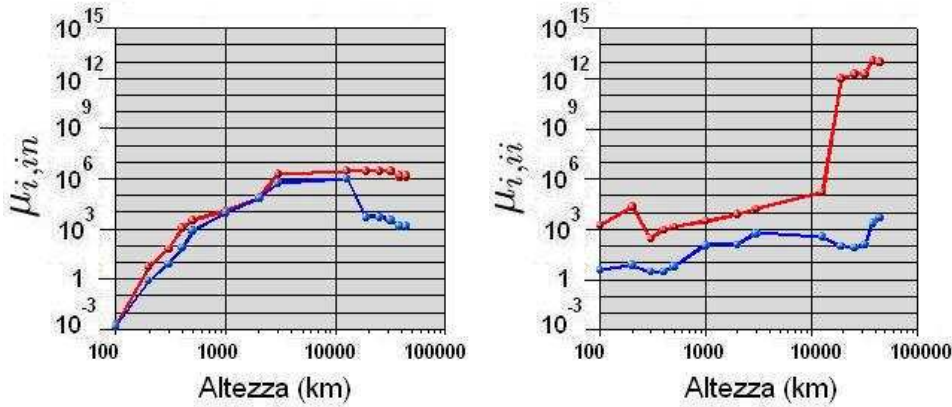


Figura 4.3: Grado di magnetizzazione degli ioni in base agli urti con i neutri e tra di loro

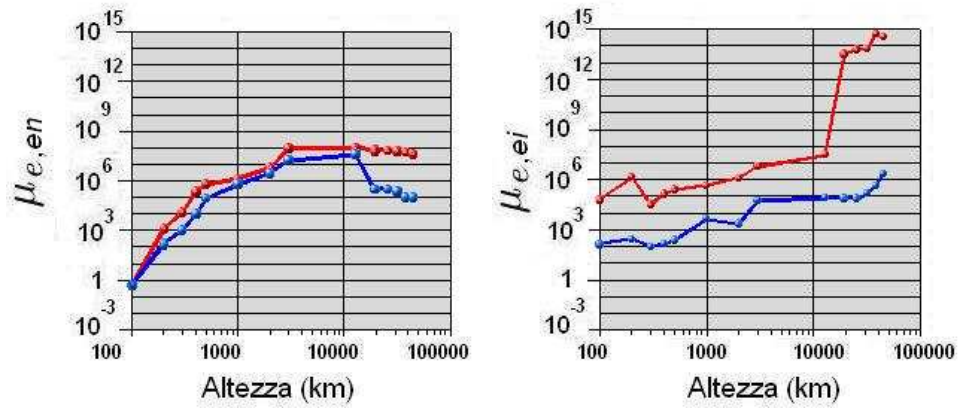


Figura 4.4: Grado di magnetizzazione degli elettroni in base agli urti con i neutri e con gli ioni

Vediamo che per la parte inferiore della ionosfera le collisioni degli ioni sono parte integrante della loro fisica, mentre da 500 km circa possono essere trattati come completamente magnetizzati. Per gli elettroni invece il regime di magnetizzazione inizia già a 200 km di altezza.

Capitolo 5

Scelta della fascia di altezze ottimale per esperimenti attivi

Perché il satellite orbitante interagisca col plasma ionosferico-magnetosferico creando fenomeni *collettivi* le dimensioni del satellite devono eccedere di molto la lunghezza di Debye:

$$S > \lambda_D. \quad (5.1)$$

Questa condizione ci permette di operare già una selezione nelle altezze. Se consideriamo un corpo di dimensioni $L \sim 1\text{ m}$ otteniamo un limite superiore per le altezze a 2000 km circa. D'altra parte un limite inferiore viene imposto dalla concentrazione di neutri che ad altezze di 200 km circa rende i fenomeni di plasma molto diversi da quelli di plasma puro. Abbiamo quindi:

$$200\text{ km} < h < 2000\text{ km} \quad (5.2)$$

Il plasma deve essere inoltre magnetizzato sulle scale del satellite, i.e. la frequenza di ciclotrone degli ioni e degli elettroni deve essere maggiore della frequenza di collisione tra di loro e coi neutri. L'alta densità dei neutri alle basse altezze rende in pratica gli ioni non magnetizzati alle altezze inferiori ai 500 km . Sia gli ioni che gli elettroni sono magnetizzati (compiono decine di orbite di Larmor prima di collidere) se consideriamo solo altezze superiori ai 500 km :

$$500\text{ km} < h < 2000\text{ km} \quad (5.3)$$

I raggi di Larmor elettronici devono mantenersi ben al di sotto di L . Il loro andamento é simile a quello della lunghezza di Debye per altezze inferiori a 2000 km :

$$L > \rho_e \sim \lambda_D. \quad (5.4)$$

Gli ioni invece hanno orbite più grandi della scala del satellite. Questo penalizzerebbe fenomeni che coinvolgono scale più grandi del satellite. Vedremo però nei prossimi capitoli che le onde generate avranno lunghezze d'onda minori di L e non avranno questo problema.

La frequenza di plasma si mantiene al di sopra della frequenza di ciclotrone elettronica, il che significa che siamo nel regime giusto della trattazione EMHD standard. La lunghezza di pelle elettronica é più grande della scala del satellite. Questo implica che l'inertza degli elettroni avrà una parte importante nell'interpretazione dei fenomeni che incontreremo.

La fascia ottimale per esperimenti di plasma attivi é quindi:

$$500 \text{ km} < h < 2000 \text{ km} \quad (5.5)$$

A queste altezze possiamo prendere come valori di riferimento:

$$\rho_i \simeq 6 \text{ m} \quad (5.6)$$

$$\rho_e \simeq 10 \text{ cm} \quad (5.7)$$

$$\Omega_i \simeq 2.1 \cdot 10^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (5.8)$$

$$\Omega_e \simeq 6.1 \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (5.9)$$

$$\omega_p \simeq 4 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (5.10)$$

$$(5.11)$$

rispettivamente per i raggi di Larmor ionici ed elettronici, le frequenze di ciclotrone ioniche ed elettroniche e la frequenza di plasma.

Parte II

Generazione di onde per effetto Cherenkov

In questa sezione vogliamo studiare la generazione di onde nel plasma ionosferico nel regime di plasma freddo. Distingueremo i caso di emissione indotta da una corrente alternata nel satellite e di emissione spontanea, in cui la corrente é continua. Nel caso di emissione spontanea focalizzeremo la nostra attenzione nel range delle frequenze più interessanti dal punto di vista della generazione da un satellite. Discuteremo poi la condizione di Cherenkov, che lega frequenza e direzione delle onde emesse. Infine applicheremo le informazioni che ci dà la condizione di Cherenkov per ricavare la distribuzione angolare della emissione, visualizzando poi il relativo cono di Mach sia nel caso di una sorgente estesa lungo una direzione (problema bidimensionale), sia nel caso di un corpo localizzato (problema tridimensionale).

Capitolo 6

Relazione di dispersione

6.1 Relazione di dispersione generica

Un plasma immerso in un campo magnetico esterno permette la propagazione di una moltitudine di tipi di onde di cui può essere data una classificazione innanzitutto in base alla frequenza. La propagazione viene studiata tramite la relazione di dispersione

$$n = \frac{kc}{\omega} \quad (6.1)$$

dove n è l'indice di rifrazione che dipende dalla frequenza e dalla direzione di propagazione rispetto al campo magnetico. La 6.1 lega la frequenza ω al numero d'onda k e quindi ci permette di sapere per ogni frequenza se l'onda si propaga o è evanescente, e nel caso si propaghi di conoscere la sua velocità di fase. La figura 6.1 ci mostra le soluzioni della relazione di dispersione al variare della frequenza visualizzate in *rami*. Per ogni frequenza ci sono due soluzioni $n_{1,2}^2$ la cui positività è indice di propagazione e la negatività di evanescenza. Le sigle distinguono le varie tipologie di onde: *A* sono le onde di Alfvén, *FMS* le Fast Magnetosonic, *WH* i whistlers, *CE* le onde di ciclotrone elettroniche, *SE* le Slow Extraordinary, *O* le Ordinary e *FE* le Fast Extraordinary. Il grafico è stato preso dal testo di Akhiezer [22], che usa la vecchia nomenclatura con onde di Alfvén e onde Magnetosoniche scambiate rispetto alla nuova nomenclatura che useremo noi. La formulazione generale della relazione di dispersione si ottiene considerando l'equazione delle onde elettromagnetiche in un mezzo [24]:

$$\Lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega) = 0 \quad (6.2)$$

dove

$$\Lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) = n^2 \left(\frac{k_t k_j}{k^2} - \delta_{tj} \right) + \varepsilon_{tj}(\mathbf{k}, \omega) \quad (6.3)$$

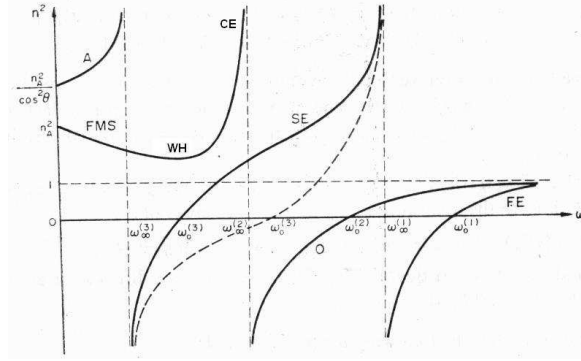


Figura 6.1: Indice di rifrazione per plasmi magnetizzati

Abbiamo introdotto il tensore dielettrico ε_{ij} che descrive la risposta del mezzo ai campi può essere scritto nella forma:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

dove

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\Omega^2 M (\xi^2 - M)}{(\xi^2 - 1)(\xi^2 - M^2)}, \quad \varepsilon_2 = \frac{\Omega^2 M (M - 1) \xi}{(\xi^2 - 1)(\xi^2 - M^2)}, \quad \varepsilon_3 = 1 - \frac{\Omega^2 M}{\xi^2} \quad (6.5)$$

In queste formule M è il rapporto tra la massa ionica media e quella elettronica ($M = m_i/m_e$), ξ la frequenza normalizzata con la frequenza di ciclotrone ionica ($\xi = \omega/\Omega_i$) e Ω^2 è:

$$\Omega^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{\Omega_i^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e^2} = \frac{c^2}{v_a^2}$$

dove ω_{pi} e ω_{pe} sono le frequenze di plasma, Ω_i e Ω_e le frequenze di ciclotrone e v_a la velocità di Alfvén.

La relazione di dispersione si ottiene dalla 9.5 come condizione per l'esistenza di soluzioni non banali:

$$\det \Lambda_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = 0 \quad (6.6)$$

Nel regime di plasma freddo la relazione di dispersione assume una forma quadratica in n^2 :

$$\Lambda = An^4 + Bn^2 + C = 0 \quad (6.7)$$

dove

$$\begin{aligned} A &= \varepsilon_1 \sin^2 \theta + \varepsilon_3 \cos^2 \theta \\ B &= -(\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) \sin^2 \theta - \varepsilon_1 \varepsilon_3 (1 + \cos^2 \theta) \\ C &= \varepsilon_3 (\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2) \end{aligned}$$

abbiamo esplicitato la dipendenza dall'angolo di propagazione delle onde misurato rispetto alla direzione del campo magnetico terrestre:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{k}| |\mathbf{B}|} \quad (6.8)$$

6.2 Frequenze interessanti per l'emissione spontanea

Focalizziamo la nostra attenzione sulle frequenze che hanno più probabilità di essere emesse spontaneamente da un corpo di una certa dimensione che attraversa un mezzo. Una banale analisi ci conduce facilmente ad una frequenza caratteristica, se consideriamo che col suo passaggio un corpo di grandezza L e velocità v perturba il mezzo in un tempo caratteristico che è il tempo del suo transito $\tau = L/v$. L'inverso di questo tempo ci dà la frequenza picco di emissione, che per un corpo di dimensioni di 1 m che si muove con una velocità relativa al plasma $v_r \simeq 7.8 \text{ km/s}$ vale:

$$\omega_\tau = \frac{2\pi}{\tau} \simeq 4.9 \cdot 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Intorno a ω_τ , ma soprattutto verso le frequenze maggiori, ci aspettiamo di trovare una distribuzione di frequenze che dipende dalla forma dell'oggetto. In particolare la presenza di spigoli o in generale lunghezze caratteristiche piccole andrà ad ampliare il contributo delle alte frequenze.

Questa frequenza va confrontata ora con le frequenze caratteristiche del plasma, ovvero la frequenza di ciclotrone ionica Ω_i , la frequenza di ciclotrone elettronica Ω_e e la frequenza di plasma elettronica ω_p :

- $\Omega_i \simeq 2.1 \cdot 10^2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- $\Omega_e \simeq 6.2 \cdot 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
- $\omega_p \simeq 4 \cdot 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Vediamo che il range di frequenze che ci interessa studiare per l'emissione spontanea è

$$\Omega_i < \omega < \Omega_e$$

che corrisponde a onde di *whistlers* e a onde di *ciclotrone elettroniche* in base anche all'angolo di emissione, come vedremo meglio nel seguito.

6.3 Relazione di dispersione di Appleton-Hartree

Le frequenze alte rispetto a Ω_i ci permettono di scrivere la relazione di dispersione in un limite che ne semplifica molto la forma: il limite di *ioni fermi*. Possiamo trascurare infatti il moto degli ioni perché ad alte frequenze la fisica del sistema

viene descritta bene considerando gli elettroni liberi di muoversi in un background carico statico e uniforme.

In questo caso le componenti del tensore dielettrico possono essere scritte nel seguente modo:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\alpha \omega^2}{\omega^2 - \Omega_e^2} \quad (6.9)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha \omega \Omega_e}{\omega^2 - \Omega_e^2} \quad (6.10)$$

$$\varepsilon_3 = 1 - \alpha \quad (6.11)$$

dove $\alpha = \omega_p^2/\omega^2$. La relazione di dispersione assume la seguente forma, dovuta a D. R. Hartree ed E. V. Appleton:

$$n^2 = 1 - \frac{2\alpha\omega^2(1-\alpha)}{2\omega^2(1-\alpha) - \Omega_e^2 \sin^2 \theta \pm \Omega_e \Delta} \quad (6.12)$$

dove

$$\Delta = (\Omega_e^2 \sin^4 \theta + 4\omega^2(1-\alpha)^2 \cos^2 \theta)^{1/2} \quad (6.13)$$

I due addendi della Δ possono essere confrontati e si trova che sotto alcune ipotesi sulla direzione della propagazione dell'onda uno dei due termini può essere trascurato rispetto all'altro. I due limiti vengono chiamati limite *quasi-perpendicolare* (QPe) al campo \mathbf{B} e limite *quasi-parallelo* (QPa):

$$\Omega_e^2 \sin^4 \theta \gg 4\omega^2(1-\alpha)^2 \cos^2 \theta \quad \text{QPe} \quad (6.14)$$

$$\Omega_e^2 \sin^4 \theta \ll 4\omega^2(1-\alpha)^2 \cos^2 \theta \quad \text{QPa} \quad (6.15)$$

Nel primo caso i due rami della relazione di dispersione si scrivono:

$$n^2 \simeq \frac{1-\alpha}{1-\alpha \cos^2 \theta} \quad \text{QPe} + \quad (6.16)$$

$$n^2 \simeq \frac{(1-\alpha)^2 \omega^2 - \Omega_e^2 \sin^2 \theta}{(1-\alpha)\omega^2 - \Omega_e^2 \sin^2 \theta} \quad \text{QPe} - \quad (6.17)$$

Le 6.16 sono le onde elettro-magnetiche ordinarie, che si propagano solo per frequenze maggiori della frequenza di plasma e non hanno dipendenza dal campo magnetico esterno. Le QPe- invece sono le onde SE di Fig. 6.1.

Nel secondo caso, facendo l'ulteriore ipotesi

$$\Omega_e^2 \sin^2 \theta \ll 2\omega^2|(1-\alpha)| \quad (6.18)$$

riusciamo a semplificare la relazione di dispersione fino alla forma:

$$n^2 \simeq 1 - \frac{\alpha\omega}{\omega \mp \Omega_e |\cos \theta|} \quad \text{QPa} \pm \quad (6.19)$$

Il ramo QPa- (col segno + al denominatore) descrive onde che si propagano solo per frequenze maggiori della frequenza ω_{LH} (*Lower-Hybrid Frequency*), che può essere valutata utilizzando i nostri parametri ionosferici come:

$$\omega_{LH}(\theta) = \left(\frac{1}{4} \Omega_e^2 \cos^2 \theta + \omega_p^2 \right)^{1/2} - \frac{1}{2} \Omega_e \cos \theta > \omega_{LH}(0) \simeq 3.7 \cdot 10^7 \frac{rad}{s} \quad (6.20)$$

che é di poco minore della frequenza di plasma e che é quindi lontano dal range di emissione da noi considerato. A priori ci aspettiamo che, anche se presente, il contributo di queste frequenze all'emissione totale sia trascurabile rispetto alle frequenze prossime a ω_τ .

Il ramo QPa+ (segno - al denominatore) é noto sotto il nome di onde di *whistlers* (*fischi*), perché individuato da T. L. Eckersley e H. Barkhausen che ne rilevarono la presenza nella ionosfera nel range delle audio-frequenze. Ha una risonanza che dà origine ad onde che vengono più propriamente nominate a parte come onde di *ciclotrone elettroniche* (da qui in avanti *onde CE*) quando la frequenza si avvicina al valore:

$$\omega \simeq \Omega_e \cos \theta \quad (6.21)$$

Per avere un'idea del valore dell'angolo $\theta_{\perp\parallel}$ che separa il caso quasi-parallelo da quello quasi-perpendicolare consideriamo la propagazione di onde con $\omega = \omega_\tau$ e con i parametri di plasma caratteristici della ionosfera. Otteniamo che i due termini della 6.13 sono della stessa grandezza quando

$$\theta_{\perp\parallel} \simeq 89.994^\circ$$

Questo vuol dire che a parte una sottile fetta di angoli ritagliata intorno al piano perpendicolare al campo magnetico, coi nostri parametri cadiamo sempre nel caso QPa, che é il caso dei whistlers e delle onde CE.

Ecco quindi che una restrizione sulle frequenze emesse ottenuta da considerazioni banali ci ha già permesso di restringere il nostro campo di studi, indicandoci il tipo di onde che ci aspettiamo vengano emesse da un corpo di una certa dimensione orbitante nella ionosfera.

Capitolo 7

Condizione di Cherenkov

7.1 Condizione di Cherenkov in un plasma magnetizzato

Un corpo ospitante una carica o una corrente elettrica può generare spontaneamente onde quando attraversa un plasma in particolari condizioni, per un effetto conosciuto come *effetto Cherenkov*. Si ha infatti che, durante il suo passaggio, qualunque corpo siffatto ha la capacità di perturbare il mezzo che incontra, ma in generale le perturbazioni non saranno in grado di sommarsi a formare fronti d'onda e propagarsi a meno che la loro velocità di fase non sia minore della velocità del corpo relativa al mezzo. Si parla in questo caso, estendendo la terminologia relativa alle onde sonore, di *moto supersonico*. L'inclinazione dei fronti d'onda così generati é regolata dalla *condizione di Cherenkov*:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k} = v \sin \gamma \quad (7.1)$$

dove γ é l'angolo compreso tra i fronti d'onda e la direzione della velocità del corpo. Se la corrente presente nel satellite é alternata vi sarà contemporaneamente emissione per effetto Cherenkov e per irraggiamento d'antenna e la condizione assumerà la forma:

$$\frac{\omega - \omega_0}{k} = v \sin \gamma \quad (7.2)$$

dove ω_0 é la frequenza della corrente del satellite.

L'emissione per effetto Cherenkov in un mezzo isotropo, dove cioè la propagazione delle onde non dipende dalla direzione, gode di simmetria assiale intorno alla direzione della velocità. I fronti d'onda prodotti formano quindi un cono a sezione circolare (noto come *cono di Mach*), statico nel sistema di riferimento solidale con la sorgente, che si apre nella direzione della traiettoria già percorsa e con la sorgente nel vertice. Un plasma immerso in un campo magnetico esterno non é però un mezzo isotropo, perché la propagazione delle onde dipende fortemente dall'inclinazione rispetto al campo. Non ci sarà più quindi simmetria assiale nella costruzione del cono di Mach e la forma del cono dipenderà anche dalla direzione della velocità della sorgente rispetto al campo magnetico.

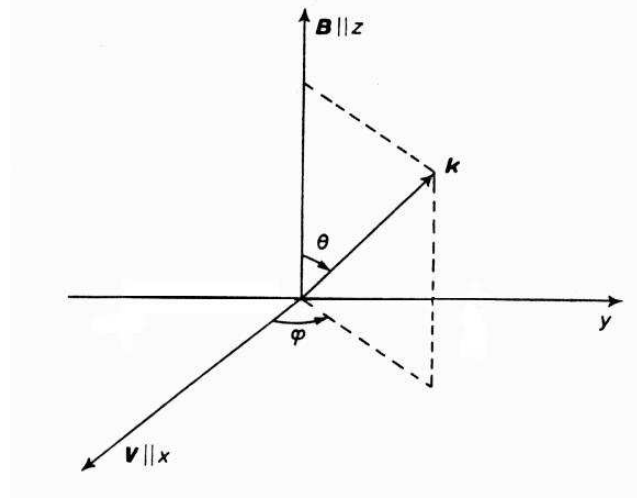


Figura 7.1: Definizione delle direzioni: $0 < \theta < 2\pi$ e $-\pi/2 < \phi < \pi/2$

Avendo notato che il comportamento delle onde in un plasma magnetizzato varia negli angoli compresi tra la direzione del campo e quella ortogonale al campo conviene scegliere la velocità della sorgente ortogonale al campo, in modo da poter sfruttare anche le proprietà di simmetria tra emisfero superiore ($-\pi/2 < \theta < \pi/2$) e emisfero inferiore ($|\theta| > \pi/2$).

7.2 Esistenza di una soluzione per le onde di ciclotrone elettroniche

Fissiamo una terna di assi cartesiani con l'asse x nella direzione di \mathbf{v} e l'asse z nella direzione di \mathbf{B} , come in Fig. 7.1, e definiamo per comodità i due angoli θ e ϕ secondo la logica delle coordinate sferiche:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}}{|\mathbf{k}| |\mathbf{B}|}, \quad \cos \phi = \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{k}| |\mathbf{v}|}$$

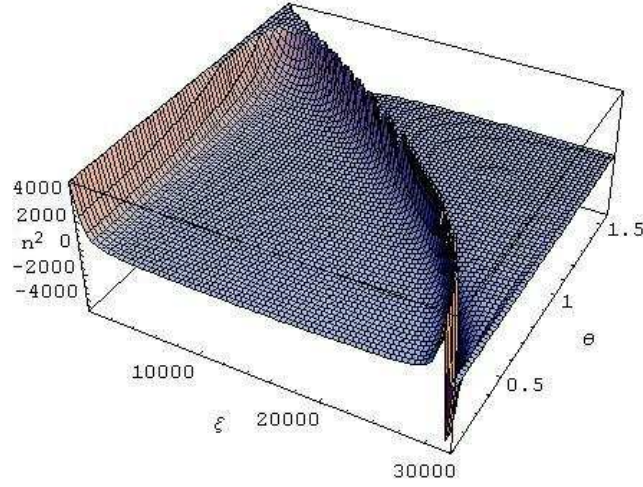
con $0 < \theta < 2\pi$ e $-\pi/2 < \phi < \pi/2$. Con questa notazione la condizione di Cherenkov generale diventa:

$$v_{ph}(\omega, \theta) = v \sin \theta \cos \phi + \frac{\omega_0}{k} \quad (7.3)$$

e in termini dell'indice di rifrazione:

$$n(\omega, \theta) = \frac{c}{v \sin \theta \cos \phi + \omega_0/k} =: \Gamma_{\beta, \omega_0}(\theta, \phi) \quad (7.4)$$

dove $\beta = v/c$. Con la condizione scritta in questa forma possiamo trattare il problema dell'esistenza di soluzioni come un confronto tra il valore di n e quello della funzione $\Gamma_{\beta, \omega_0}(\theta, \phi)$. La condizione è più stringente per l'emissione spontanea,

Figura 7.2: Indice di rifrazione n_+

perché la frequenza ω_0 ha l'effetto di abbassare il livello del taglio e in base a quanto è grande lo può fare anche in modo sostanziale. Vediamo come, anche nel caso di emissione spontanea, possiamo individuare nel piano ω, θ la zona interessante e verificare l'esistenza di una soluzione. La funzione di taglio è sempre minorata con $\Gamma_{\beta,0}(\theta, \phi) > 1/\beta \simeq 3.8 \cdot 10^4$. Per avere un'idea generale di cosa succede grafichiamo la soluzione “+” dell'indice di rifrazione dalla 6.12 in funzione dell'angolo θ e della frequenza normalizzata $\xi = \omega/\Omega_i$ (vedi Fig. 6.1 e 7.2). L'andamento della maggior parte del grafico è una crescita nel valore di n alle frequenze basse e una ad angoli vicini a $\pi/2$. La crescita verso le frequenze basse è una caratteristica dei whistlers in plasmi magnetizzati, che si può intravedere anche nella 6.19. A frequenze più alte abbiamo invece una seconda crescita dove viene raggiunta la risonanza delle onde CE, ad angoli per cui (per $\xi \gg 1$) vale la 6.21.

La condizione di Cherenkov si applica tagliando la n all'altezza di $\Gamma_{\beta}(\theta, \phi)$. Un primo fatto notevole è che nei pressi delle frequenze basse l'indice di rifrazione non ha una crescita illimitata ma raggiunge un valore limite che, anche variando con θ , si mantiene comunque sull'ordine di $n \sim 1000$. La risonanza CE provoca invece, per sua natura, una crescita asintotica di n che permette quindi anche l'intersezione non solo col valore $3.8 \cdot 10^4 \simeq \Gamma_{\beta}(\phi = 0)$ ma in generale con tutti i valori di Γ_{β} per $-\pi/2 < \phi < \pi/2$.

Abbiamo quindi informazioni sull'esistenza delle soluzioni: per il nostro valore di β si ha emissione per effetto Cherenkov solo di onde CE, molto prossime quindi alla risonanza elettronica. La motivazione è che i whistlers hanno velocità di fase più grande della velocità della sorgente prescelta ed a qualsiasi angolo θ . Considerando che $v \simeq 7.8 \text{ km/s}$ è la velocità massima di un corpo in orbita circolare libera intorno alla Terra (perché salendo con l'altezza la velocità diminuisce) si ha che solo oggetti

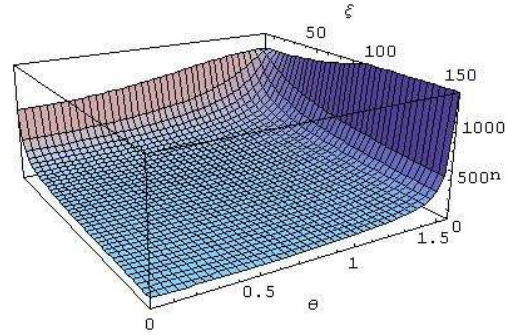


Figura 7.3: Indice di rifrazione nella zona di frequenze piccole

in orbite di forma diversa riescono a produrre whistlers e solo nel caso in cui raggiungano una velocità di $v \sim c/1000 \sim 10^2 \text{ km/s}$. Le onde nel regime CE vengono prodotte invece spontaneamente a qualsiasi velocità.

Capitolo 8

Il cono di Mach

8.1 Considerazioni generali

A priori la propagazione di un'onda in un plasma magnetizzato é caratterizzata dal suo numero d'onda \mathbf{k} e dalla sua frequenza ω . Abbiamo visto però come esista una relazione di dispersione, che in particolare per le nostre frequenze é quella dei whistlers e delle onde CE, che mi lega \mathbf{k} ad ω e mi dice come in generale le variabili indipendenti siano in realtà la frequenza e la direzione, i.e. ω , θ e ϕ , e il numero d'onda sia dato come $k = k(\omega, \theta, \phi)$. La condizione di Cherenkov costituisce inoltre un'altra condizione che restringe il campo delle possibili onde emesse e mi fa passare da tre a due variabili libere, ad esempio:

$$\omega, \theta, \phi \rightarrow \theta, \phi, \omega(\theta, \phi)$$

E' quindi possibile ottenere una piena caratterizzazione della distribuzione angolare dell'emissione, fatta eccezione per ora per l'intensità delle onde.

Nel caso in cui le onde siano generate per puro effetto Cherenkov una prima importante caratteristica dello spettro di emissione é che le onde vengono emesse con direzioni quasi perpendicolari al campo magnetico ($\theta \simeq \pi/2$). La motivazione é da ricercarsi nel fatto che le onde EC hanno velocità di fase che, per la maggior parte degli angoli, è ben maggiore della velocità del satellite e scende a livelli paragonabili solo per angoli molto vicini a $\theta = \pi/2$.

Inoltre dalla forte ripidità dell'indice di rifrazione in prossimità della soluzione della condizione di Cherenkov possiamo facilmente intuire che, scelta una frequenza ω , l'angolo θ non avrà variazioni sostanziali al variare di ϕ . Infatti muoversi da $\phi = 0$ verso $\phi = \pm\pi/2$ vuol dire spostare l'altezza a cui tagliamo l'indice di rifrazione da $\Gamma_\beta(\phi = 0) \simeq 1/\beta$ verso valori maggiori, che fanno tendere θ ad un valore limite dato dal verificarsi dell'uguaglianza

$$\omega = \Omega_e \cos \theta \simeq \Omega_e(\pi/2 - \theta)$$

Questo andamento, che si ottiene dalla relazione di dispersione delle onde CE (6.19), cessa di valere per $\xi \lesssim 200$ ($\omega \lesssim 200\Omega_i$), dove si ha una deviazione dalla relazione lineare, come si vede in Fig. 8.1.

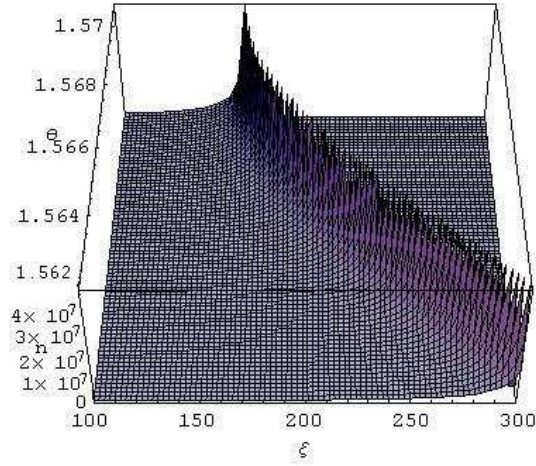


Figura 8.1: Indice di rifrazione nella zona di frequenze piccole e angoli vicini a $\pi/2$

8.2 Sorgente estesa lungo y (problema bidimensionale)

Una sorgente estesa infinitamente lungo y e che gode di simmetria traslazionale nella stessa direzione genera onde solo nel piano che contiene \mathbf{B} e \mathbf{v} , ovvero onde con $\phi = 0$. In questo caso abbiamo $\omega = \omega(\theta)$ ben determinata e, fissata la frequenza per esempio a $\omega = \omega_\tau$, è composto da due piani inclinati rispetto al piano ortogonale a \mathbf{B} di $\theta_\tau = \theta(\omega_\tau)$. Se utilizziamo il nostro valore di $\omega_\tau \simeq 4.9 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$ e i parametri del plasma ionosferico otteniamo:

$$\theta_\tau \simeq 89.8^\circ \quad (8.1)$$

Possiamo analizzare anche la variazione dell'inclinazione $\delta\theta$ per piccole variazioni della frequenza $\delta\omega$ intorno ad ω_τ , immaginandoci una distribuzione di frequenze piccata intorno ad una frequenza principale. Si ha che:

$$\delta\theta \simeq \frac{\omega_p^2 v^2}{\omega_\tau \Omega_e c^2} \frac{\delta\omega}{\omega_\tau} \quad (8.2)$$

e, inserendo la relazione di dispersione e la condizione di Cherenkov:

$$\delta\theta \simeq \frac{\delta\omega}{\omega_\tau} \cos \theta \quad (8.3)$$

8.3 Sorgente localizzata (problema tridimensionale)

Una sorgente con dimensione finita anche lungo y genera onde in tutte le direzioni e un cono che, in un plasma magnetizzato, ha una sezione molto diversa da quella generata in un mezzo isotropo. La ripidità del cono a $\phi = 0$ è la stessa calcolata nel

problema bidimensionale, mentre quando ϕ passa da 0 a $\pi/2$ (o a $-\pi/2$) θ cresce da un valore $\theta_{min} = \theta|_{v_{ph}=v}$ fino all'angolo $\theta_{max} = \theta|_{v_{ph}=0}$ in cui la velocità di fase delle onde diventa 0, con una variazione $\Delta\theta$. Per i nostri parametri vale:

$$\Delta\theta(\omega_\tau) \simeq \Delta \cos \theta = \cos \theta_{min} - \cos \theta_{max} = \frac{\omega_p^2 v^2}{\omega_\tau \Omega_e c^2} \simeq 2.5 \cdot 10^{-4} \circ \quad (8.4)$$

L'angolo θ_{min} ha una variazione per piccole variazioni di frequenza che é data dalla 8.3, che é dello stesso ordine di grandezza di $\Delta\theta$ a parte il fattore $\delta\omega/\omega$, mentre per l'angolo θ_{max} vale:

$$\delta\theta_{max} \simeq \frac{\delta\omega}{\Omega_e} \ll \delta\theta_{min} \quad (8.5)$$

Scelta una frequenza, ad esempio ω_τ , allora dalla condizione di Cherenkov 7.4 calcoliamo la distribuzione angolare $\theta(\phi)$ delle onde emesse per $0 < \phi < \pi/2$, vedi Fig. 8.2. Viene riportata solo la parte di ϕ positiva perché ϕ compare nella 7.4 in un coseno, che é pari e rende pari la soluzione. Conoscendo la distribuzione angolare é

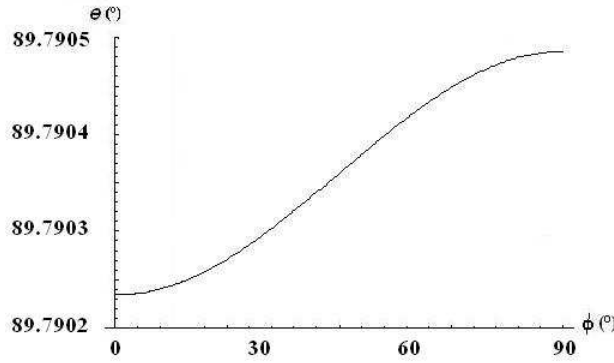


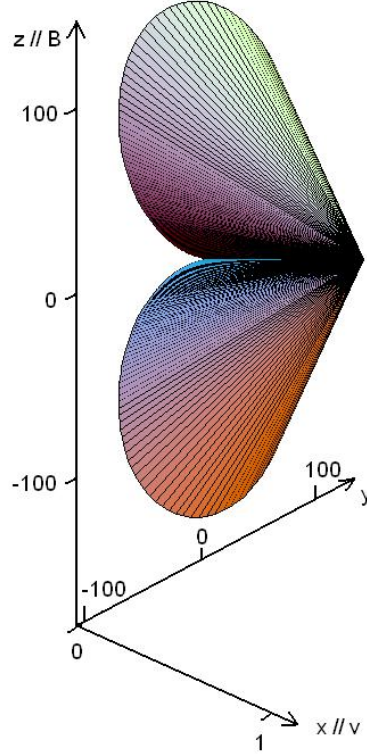
Figura 8.2: Distribuzione angolare dell'emissione per $\xi_0 = 0$, $\xi = 200$

possibile calcolare la sezione del cono di Mach corrispondente (ritagliata nel piano yz ad una distanza unitaria dalla sorgente), tramite il sistema parametrico:

$$y(\phi) = \frac{1}{2} \frac{\sin^2 \theta(\phi) \sin 2\phi}{1 - \sin^2 \theta(\phi) \cos^2 \phi} \quad (8.6)$$

$$z(\phi) = \frac{1}{2} \frac{\sin 2\theta(\phi) \cos \phi}{1 - \sin^2 \theta(\phi) \cos^2 \phi} \quad (8.7)$$

Possiamo infine visualizzare il cono di Mach corrispondente ad una emissione di onde CE sulla frequenza di $\omega_\tau \simeq 4.9 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$ nel plasma ionosferico, vedi Fig. 8.3. La caratteristica principale che lo distingue dal caso di propagazione in mezzo isotropo é l'assenza di simmetria assiale intorno a \mathbf{v} , mentre abbiamo una simmetria speculare rispetto al piano xz dovuta alla parità rispetto a ϕ e una simmetria speculare rispetto al piano xy dovuta alla parità rispetto a $\pi/2 - \theta$ nella condizione di Cherenkov 7.4

Figura 8.3: Cono di Mach per $\xi_0 = 0$, $\xi = 200$

con n della 6.19. L'asimmetria assiale si manifesta più accentuatamente nella forma che, più che un cono, ricorda una coppia di coni di sezione circolare col vertice in comune e attaccati lungo l'asse delle x . Il fatto che nel piano xy il cono di Mach non abbia componenti della sezione diverse da zero é da ricercarsi nel fatto che le onde CE non possono propagarsi oltre un θ_{max} molto vicino a $\pi/2$.

La sezione del cono in prossimità dell'origine degli assi yz , che é quella relativa all'emissione di onde con $\phi \simeq \pi/2$, in realtà non ha derivata dz/dy che tende a zero, ma ad un valore limite $\cot \theta_{max}$, che corrisponde proprio all'inclinazione massima delle onde CE rispetto a \mathbf{B} a frequenza fissata, quando $v_{ph} = 0$.

Parte III

Potenza irradiata

In questa sezione vogliamo dare una stima della potenza delle onde emesse per effetto Cherenkov da un satellite magnetizzato orbitante nella ionosfera. Verrà studiata l'emissione nel caso in cui il satellite ospiti una corrente alternata e nel caso di corrente continua che irraggia per puro effetto Cherenkov. Il calcolo verrà eseguito per due particolari sorgenti. Sulla scia del progetto TSS (*Tethered Satellite System*) estenderemo il calcolo già delineato da Belcastro et al. [23] per un filo infinito ad una coppia di fili paralleli con corrente opposta in verso. Avvicinandoci all'idea dell'emissione da parte di una spira studieremo poi l'emissione di una corrente disposta lungo i lati di un quadrato.

Capitolo 9

Formalismo generale

9.1 Potenza irradiata generica

Vogliamo calcolare la potenza irradiata da una sorgente con una corrente alternata di frequenza ω_0 che si muove in un plasma magnetizzato con velocità ortogonale al campo esterno \mathbf{B}_0 . Il campo elettrico \mathbf{E} dovuto alla corrente \mathbf{J}^{ext} della spira e alle correnti indotte del plasma soddisfa la seguente equazione d'onda [24]:

$$\Lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{4\pi i}{\omega} J_t^{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) \quad (9.1)$$

dove

$$\Lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) = n^2 \left(\frac{k_t k_j}{k^2} - \delta_{tj} \right) + \varepsilon_{tj}(\mathbf{k}, \omega) \quad (9.2)$$

Stiamo usando la convenzione seguente per i segni delle trasformate di Fourier:

$$f(\mathbf{k}, \omega) = \int d\mathbf{r} \int dt e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{i\omega t} f(\mathbf{r}, t)$$

Abbiamo introdotto l'indice di rifrazione n e il tensore dielettrico del plasma ε_{tj} . La soluzione generale della 9.1 é:

$$E_t(\mathbf{k}, \omega) = -\frac{4\pi i}{\omega} \left\{ \mathcal{P} \left[\frac{1}{\Lambda(\mathbf{k}, \omega)} \right] - \pi i \delta[\Lambda(\mathbf{k}, \omega)] \right\} \lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) J_j^{\text{ext}}(\mathbf{k}, \omega) \quad (9.3)$$

dove \mathcal{P} é la parte principale di Cauchy, Λ é il determinante di Λ_{ij} e λ_{ij} è la matrice dei *cofattori*, definita da:

$$\Lambda_{tj} \lambda_{jl} = \Lambda \delta_{tl} \quad (9.4)$$

Per studiare le proprietà delle onde nel plasma in modo indipendente dalla sorgente conviene scomporre l'equazione d'onda in parte omogenea più non-omogenea (scomposizione resa possibile perché consideriamo perturbazioni lineari). La parte omogenea (ovvero senza i termini di sorgente) é:

$$\Lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) E_j(\mathbf{k}, \omega) = 0 \quad (9.5)$$

La relazione di dispersione si ottiene da questa come condizione per l'esistenza di soluzioni non banali:

$$\Lambda(\mathbf{k}, \omega) = 0 \quad (9.6)$$

Le soluzioni della 9.5 sono indeterminate in modulo e fase. Vengono ben caratterizzate senza perdita di generalità da vettori unimodulari chiamati *vettori di polarizzazione* e che possiamo scrivere nella forma:

$$e_t(\mathbf{k}, \omega) = \frac{\lambda_{tj}(\mathbf{k}, \omega) a_j}{\sqrt{\lambda_{ss}(\mathbf{k}, \omega) a_m^* \lambda_{mn}(\mathbf{k}, \omega) a_n}} \quad (9.7)$$

dove a è un vettore (in generale complesso) ausiliario. Indipendentemente da come scegliamo a l'espressione scritta in questa forma soddisfa la 9.5 e il denominatore è scelto in modo da normalizzarla ad 1.

Per la potenza media irradiata partiamo dalla formula generale:

$$\bar{P} = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt \int d^3\mathbf{r} J_j^{ext}(\mathbf{r}, t) E_j(\mathbf{r}, t) \quad (9.8)$$

Otteniamo, tramite il teorema (2.15) di [24]:

$$\bar{P} = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Re[J_j^{ext}(\mathbf{k}, \omega) E_j^*(\mathbf{k}, \omega)]$$

Sostituiamo il campo elettrico dato dalla 9.3:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Re \left[J_t^{ext} \left(\frac{4\pi i}{\omega} \left\{ \mathcal{P}\left[\frac{1}{\Lambda}\right] + \pi i \delta[\Lambda] \right\} \lambda_{tj}^* J_j^{*ext} \right) \right] = \\ &= 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} J_t^{ext} \frac{4\pi^2}{\omega} \delta[\Lambda] \lambda_{tj}^* J_j^{*ext} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \int d^3\mathbf{k} \lambda_{ss} J_t^{ext} e_t^* J_j^{*ext} e_j \delta[\Lambda] \Rightarrow \\ \bar{P} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi^2} \int d^3\mathbf{k} \int_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss}(\mathbf{k}, \omega) |J_j^{*ext}(\mathbf{k}, \omega) e_j(\mathbf{k}, \omega)|^2 \delta[\Lambda] \end{aligned} \quad (9.9)$$

Abbiamo usato la proprietà della matrice dei cofattori:

$$\lambda_{tj} = \lambda_{ss} e_t e_j^*$$

9.2 Il vettore di polarizzazione

Il vettore di polarizzazione da proiettare sulle correnti può essere ottenuto dalla 9.7 utilizzando per il calcolo di λ_{ij} il tensore dielettrico in regime di plasma freddo non collisionale magnetizzato. Mettiamoci in un sistema di assi con l'asse z lungo \mathbf{B} e con l'asse x lungo la proiezione di \mathbf{k} sul piano perpendicolare a \mathbf{B} , l'asse y essendo

scelto di conseguenza in modo da costruire una terna destrorsa. In queste coordinate il tensore dielettrico si scrive:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & i\varepsilon_2 & 0 \\ -i\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \quad (9.10)$$

dove le componenti sono state definite nella 6.5. Conoscendo $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\omega)$ possiamo calcolare $\Lambda_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ e per inversione (dalla 9.4) $\lambda_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$. Otteniamo:

$$\lambda_{ij} = \begin{pmatrix} (\varepsilon_1 - n^2)(\varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta) & -i\varepsilon_2(\varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta) & -(\varepsilon_1 - n^2)n^2 \sin \theta \cos \theta \\ i\varepsilon_2(\varepsilon_3 - n^2 \sin^2 \theta) & \varepsilon_1 \varepsilon_3 - n^2 A & -i\varepsilon_2 n^2 \sin \theta \cos \theta \\ -(\varepsilon_1 - n^2)n^2 \sin \theta \cos \theta & i\varepsilon_2 n^2 \sin \theta \cos \theta & n^4 \cos^2 \theta - n^2 \varepsilon_1 (1 + \cos^2 \theta) + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 \end{pmatrix} \quad (9.11)$$

Conoscendo la λ_{ij} possiamo calcolare le componenti del vettore di polarizzazione:

$$\begin{cases} |e_1(\mathbf{k}, \omega)|^2 = \frac{|n^2 - \varepsilon_1| |n^2 \sin^2 \theta - \varepsilon_3|}{|\lambda_{ss}|} \\ |e_2(\mathbf{k}, \omega)|^2 = \frac{|\varepsilon_1 \varepsilon_3 - n^2 \varepsilon_1 \sin^2 \theta - n^2 \varepsilon_3 \cos^2 \theta|}{|\lambda_{ss}|} \\ |e_3(\mathbf{k}, \omega)|^2 = \frac{|n^4 \cos^2 \theta - n^2 \varepsilon_1 (1 + \cos^2 \theta) + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2|}{|\lambda_{ss}|} \end{cases} \quad (9.12)$$

Nel caso in cui consideriamo onde di whistlers la polarizzazione é ellittica e giace nel piano ortogonale a \mathbf{B} . Il vettore di polarizzazione assume in questo caso particolare (lontano dalla risonanza elettronica) la semplice forma:

$$\mathbf{e}_W = \frac{(1, i|\cos \theta|, 0)}{(1 + \cos^2 \theta)^{1/2}} \quad (9.13)$$

Il rapporto tra $|e_2|$ ed $|e_1|$ cessa di andare come $\cos \theta$ quando ci avviciniamo alla risonanza elettronica, dove va a zero molto rapidamente.

Capitolo 10

Sorgente a doppio filo

10.1 Formula per la resistenza di radiazione

Consideriamo una sorgente composta da due fili infiniti disposti lungo la direzione y , distanziati di una quantità L e con corrente di ugual intensità ma opposta in verso $I_0 \exp(-i\omega_0 t)$ e $-I_0 \exp(-i\omega_0 t)$. La densità di corrente associata a questa configurazione ha componenti:

$$\begin{cases} J_x(\mathbf{r}, t) = 0 \\ J_y(\mathbf{r}, t) = I_0 \{ \delta(x - vt) - \delta(x - vt + L) \} \delta(z) e^{-i\omega_0 t} \\ J_z(\mathbf{r}, t) = 0 \end{cases} \quad (10.1)$$

Passando in trasformata di Fourier otteniamo:

$$\begin{cases} J_1(\mathbf{k}, \omega) = 0 \\ J_2(\mathbf{k}, \omega) = (4\pi^2) I_0 \{ 1 - e^{ik_x L} \} \delta(k_y) \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) \\ J_3(\mathbf{k}, \omega) = 0 \end{cases} \quad (10.2)$$

Scomponiamo ora la potenza media irradiata per unità di lunghezza della sorgente nella forma

$$\Pi = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\bar{P}}{L} = \rho I_0^2 \quad (10.3)$$

dove abbiamo introdotto la resistenza di radiazione per unità di lunghezza ρ . Sostituiamo nella 9.9 la corrente della nostra sorgente, sfruttando la sua proprietà di avere una sola componente diversa da zero:

$$\begin{aligned} \rho = & \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \frac{1}{I_0^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi^2} \int d^3 \mathbf{k} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss} \delta[\Lambda] \cdot \\ & \cdot \left\{ |e_2|^2 (4\pi^2)^2 I_0^2 |1 - e^{ik_x L}|^2 \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{L}{2\pi} \delta(k_y) \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{T}{2\pi} \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) \right\} \end{aligned}$$

dove per scomporre le δ^2 è stata usata la (2.12) di [24].
Abbiamo quindi:

$$\rho = 4 \int d^3\mathbf{k} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss} \delta[\Lambda] |e_2|^2 \delta(k_y) \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) \{1 - \cos(k_x L)\} \quad (10.4)$$

Convieni ora passare a coordinate cilindriche con asse di riferimento y e θ misurato dal semiasse z positivo (k, θ, k_y):

$$\rho = 4 \int_0^\infty dk k \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss}(k, \theta; \omega) \delta[\Lambda(k, \theta; \omega)] \cdot \\ \cdot |e_2(k, \theta; \omega)|^2 \delta(\omega - \omega_0 - kv \sin \theta) \{1 - \cos(Lk \sin \theta)\}$$

Per integrare in dk cambiamo variabile, da k a $n^2(k, \theta; \omega)$, ricordando che $k = n\omega/c$. Utilizziamo la:

$$\delta[\Lambda] = \frac{\delta[n^2 - n_\sigma^2(\theta, \omega)]}{|\partial\Lambda/\partial n^2|}$$

dove n_σ è una delle soluzioni (σ indica uno dei 2 modi \pm) della relazione di dispersione. Questa δ nell'integrale garantisce che stiamo considerando solo onde che rispettano la relazione di dispersione. Effettuando le sostituzioni otteniamo:

$$\rho = \frac{2}{c^2} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty d\omega \omega \lambda_{ss} |e_2|^2 \delta(\omega - \omega_0 - n_\sigma \frac{v}{c} \omega \sin \theta) \{1 - \cos(\frac{L}{c} n_\sigma \omega \sin \theta)\}$$

che può essere resa in forma migliore raggruppando i vari termini:

$$\rho = \rho_0 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\infty d\omega \frac{\omega}{\Omega_i} \frac{G_\sigma}{F} H_{L,1} \delta\left(\omega - \omega_0 - n_\sigma(\omega, \theta) \frac{v}{c} \omega \sin \theta \cos \phi\right) \quad (10.5)$$

Abbiamo introdotto le funzioni:

$$G_\sigma(n_\sigma^2(\omega, \theta); \omega, \theta) = |\varepsilon_1 \varepsilon_3 - n_\sigma^2 \varepsilon_1 \sin^2 \theta - n_\sigma^2 \varepsilon_3 \cos^2 \theta| \quad (10.6)$$

$$F(\omega, \theta) = \left| \frac{\partial \Lambda}{\partial n^2} \right| = \sqrt{B^2 - 4AC} \quad (10.7)$$

$$H_{L,1}(n_\sigma^2(\omega, \theta); \omega, \theta) = 2 \{1 - \cos(\frac{L}{c} n_\sigma \omega \sin \theta)\} \quad (10.8)$$

Le restrizioni dovute al regime di plasma freddo non collisionale magnetizzato compaiono a questo punto nella forma di G_σ e F . Abbiamo identificato anche una *resistenza di radiazione di base* per unità di lunghezza ρ_0 che lascia l'integrale adimensionale:

$$\rho_0 = \frac{\Omega_i}{c^2}$$

Osserviamo che le informazioni sulle dimensioni della sorgente L sono contenute tutte nella funzione $H_{L,1}$. Il caso di un filo unico trattato da Belcastro si riottiene ponendo $H_{L,1} = 1$.

Eseguiamo ora l'integrazione in $d\omega$, dopo esser passati alla variabile adimensionale $\xi = \omega/\Omega_i$, e tenendo conto che

$$\delta\left(\xi - \xi_0 - n_\sigma \frac{v}{c} \xi \sin \theta\right) = \frac{\delta(\xi - \xi_{\sigma,c})}{\left|\left(\frac{v}{c}\right) \sin \theta \frac{\partial n_\sigma}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_{\sigma,c}} \xi_{\sigma,c}\right|}$$

Questa δ nell'integrale ci assicura che stiamo tenendo di conto solo delle onde che soddisfano la condizione di Cherenkov, e per ogni direzione c'è (fissato il modo σ) una sola frequenza $\xi_{\sigma,c} = \xi_{\sigma,c}(\theta)$ possibile per le onde generate. Rimane solo un integrale in $d\theta$, il cui integrando può essere calcolato esattamente per ogni θ . Lo scriviamo come:

$$\hat{\rho}(\theta) = \frac{G_\sigma H_{L,1}}{\left|\left(\frac{v}{c}\right) \sin \theta \frac{\partial n_\sigma}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\xi_{\sigma,c}} \xi_{\sigma,c}\right| F} \quad (10.9)$$

ed è una resistenza di radiazione differenziale: ci dà il contributo riscaldato con ρ_0 , in ogni direzione, della resistenza di radiazione per unità di lunghezza del sistema. La resistenza ρ può essere calcolata numericamente come:

$$\rho = \rho_0 \int_0^{2\pi} d\theta \hat{\rho}(\theta) \quad (10.10)$$

10.2 Risultati per l'emissione

L'emissione di una sorgente costituita da due fili con corrente opposta differisce sostanzialmente dalla sorgente con un unico filo del TSS per il fenomeno dell'interferenza, che si manifesta più o meno visibilmente in base al rapporto tra la distanza dei fili e la lunghezza d'onda delle onde considerate. In particolare se la lunghezza d'onda è molto più grande della distanza tra i fili sarà notevole l'effetto di interferenza distruttiva. Indicando con \hat{L} la distanza normalizzata

$$\hat{L} = \frac{n\xi\Omega_i}{c} L = \frac{2\pi}{\lambda} L \quad (10.11)$$

abbiamo che quando $\hat{L} \ll 1$ l'intera emissione sarà dominata da un'interferenza distruttiva, che si manifesta nell'abbassarsi del valore di $H_{L,1}$ nella 10.8. Fissati i parametri ambientali \hat{L} è funzione di n e ξ , che a loro volta sono univocamente determinate per ogni θ dalla relazione di dispersione e dalla condizione di Cherenkov. Nel caso di una frequenza forzata nel sistema ($\omega_0 \neq 0$) la frequenza soluzione di Cherenkov varia al variare di θ intorno alla frequenza forzata, che viene emessa in onde dirette lungo il campo \mathbf{B} , come si può vedere dalla

$$n = \frac{kc}{\omega} = \frac{1}{v \sin \theta + \frac{\omega_0}{k}} \quad (10.12)$$

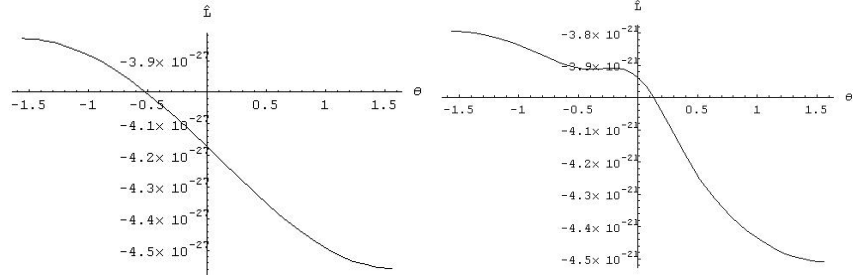


Figura 10.1: Distanza normalizzata per onde MS con $\xi_0 = 0.001$ e $\xi_0 = 0.1$

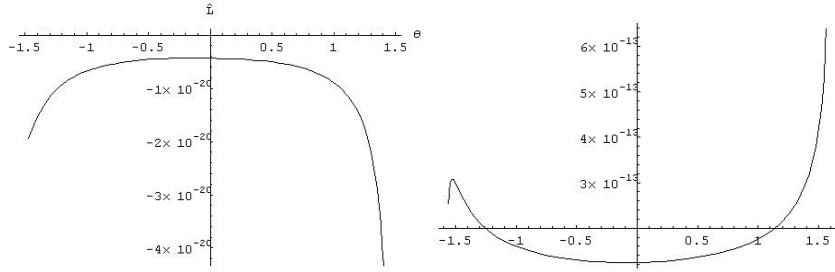


Figura 10.2: Distanza normalizzata per onde di Alfvén con $\xi_0 = 0.1$ e whistlers con $\xi_0 = 10$.

ponendo $\theta = 0$. Ne deduciamo che possiamo emettere onde in ogni regime di frequenze, scegliendo a piacere la frequenza forzata nella coppia di fili. Nel caso invece in cui $\omega_0 = 0$ la condizione di Cherenkov pura impone che vengano emesse solo onde con frequenze maggiori di $160\Omega_i$, come illustrato nella Fig. 8.1, e vengono quindi tagliate tutte le basse frequenze. Questo si traduce in un limite superiore per le lunghezze d'onda, che per i nostri parametri cade in prossimità della dimensione della sorgente lungo \mathbf{v} :

$$\lambda(\omega_0 = 0) < L \quad (10.13)$$

Cominciamo ad analizzare il caso in cui sia presente una frequenza forzata. L'interferenza distruttiva risulta essere dominante per frequenze minori di $10\Omega_i$. Questo vale per le onde magnetosoniche (MS), per le onde di Alfvén e per i whistlers a basse frequenze. In Fig. 10.1 e 10.2 sono riportati i valori di $\hat{L}(\theta)$ per quattro frequenze in questo range. L'interferenza distruttiva non è più dominante per $\omega_0 > 100\Omega_i$, in pieno range dei whistlers. In Fig. 10.3 viene riportata la resistenza di radiazione differenziale e la relativa frequenza di emissione per $\xi_0 = 300$ e per $\xi_0 = 1000$.

Consideriamo ora l'emissione per effetto Cherenkov puro. La lunghezza normalizzata \hat{L} può essere calcolata in questo caso in regime di whistlers e onde CE utilizzando

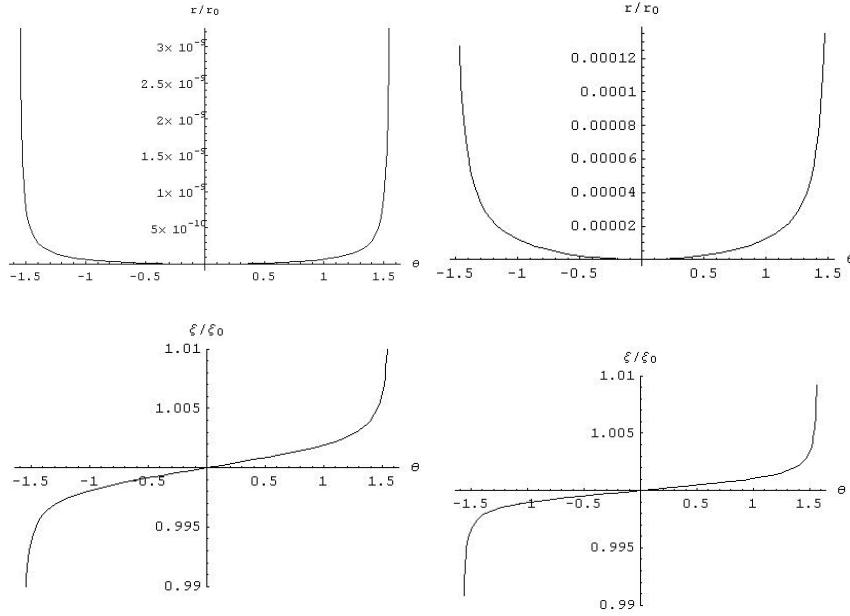


Figura 10.3: Resistenza di radiazione per whistlers con $\xi_0 = 300$ e con $\xi_0 = 1000$.

l'indice di rifrazione 6.19 e la formula per la frequenza soluzione di Cherenkov:

$$\xi_c(\theta) \simeq M|\cos \theta| - \frac{v^2}{c^2} \Omega^2 \frac{\sin^2 \theta}{|\cos \theta|} \quad (10.14)$$

che vale però solo per frequenze maggiori della deviazione caratteristica di $\xi \simeq 200$. Per $\xi \geq 200$, corrispondente a $\theta \leq 89.8^\circ$, \hat{L} entra nella 10.8 con:

$$\hat{L} \sin \theta = \frac{\Omega_e L}{v} \cos \theta \simeq 780 \cos \theta \quad (10.15)$$

L'interferenza si manifesta quindi creando delle oscillazioni di intensità d'emissione con un periodo che, vicino a $\theta = \pi/2$ (ma per $\theta \leq 89.8^\circ$), vale

$$\hat{\theta} = \frac{2\pi}{\hat{L}} \simeq 0.008 \text{ rad} \simeq 0.46^\circ \quad (10.16)$$

Il comportamento per $\theta > 89.8^\circ$ dipende dallo stabilirsi delle frequenze intorno a $\xi \simeq 160$ anziché scendere linearmente a zero con $\theta \rightarrow \pi/2$, cosicché anziché avere un nodo in $\pi/2$ il “monte” dominante, quello con frequenza più bassa, viene allargato e traslato verso $\theta = \pi/2$ con picco proprio in $\pi/2$:

$$\theta_{max,1} = \pi/2 \quad (10.17)$$

La frequenza $\omega_\tau = 200\Omega_i$ cade, come ci aspettavamo, vicino al picco dominante e rappresenta il contributo principale all'emissione.

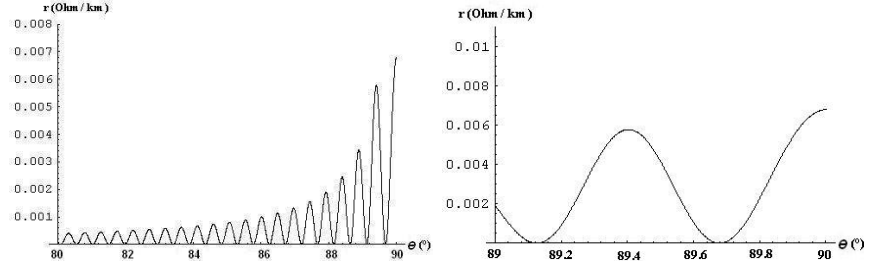


Figura 10.4: Resistenza di radiazione in due particolari zoom di angoli

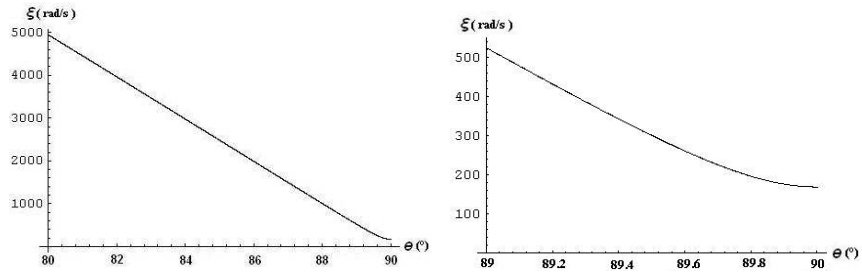


Figura 10.5: Frequenze relative

Nemmeno la posizione del secondo massimo d'interferenza può essere calcolata con la 11.9 perché rientra in angoli ancora troppo vicini a $\pi/2$, possiamo però ottenere il valore dal grafico in Fig. 10.4, ottenuto con le formule generali:

$$\theta_{max,2} = 1.56 \text{ rad} \simeq 89.4^\circ \quad (10.18)$$

che corrisponde ad un picco d'emissione di onde con frequenza $\omega \simeq 350$.

In generale quindi notiamo che, come nelle nostre previsioni, un sistema di due fili infiniti dove l'unica dimensione caratteristica è la loro distanza emette principalmente vicino alla frequenza ω_τ ed ha una coda (modulata a picchi dal fenomeno dell'interferenza) che descrive il contributo delle frequenze maggiori di ω_τ .

Una importante osservazione va fatta ora riguardo alla validità della nostra analisi dal punto di vista dell'utilizzo di equazioni fluide. La condizione principale, in un plasma magnetizzato, per poter eseguire un'analisi fluida di onde di plasma è il restringersi a considerare onde con lunghezza d'onda maggiore di un'orbita di Larmor elettronica (perché stiamo considerando onde a frequenze alte rispetto a Ω_i e quindi trascuriamo il moto ionico):

$$\lambda > 2\pi\rho_e \quad (10.19)$$

Nella fascia di altezze che abbiamo scelto abbiamo che $\rho_e \simeq 10\text{cm}$. Abbiamo così che le onde considerate sono quelle comprese tra un estremo inferiore dato da $2\pi\rho_e$

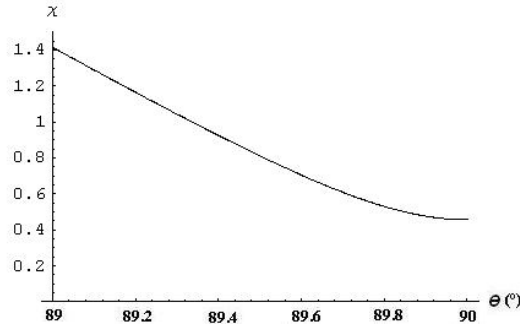


Figura 10.6: Funzione caratteristica del regime fluido

ed un estremo superiore naturale che é la dimensione L della sorgente. Nella Fig. 10.6 é riportata la funzione $\chi = 2\pi\rho_e/\lambda$, che decresce da valori alti fino a circa 0.5 incrociando il valore $\chi = 1$ ad un angolo di $1.56\text{ rad} \simeq 89.3^\circ$. Tra questo angolo e $\pi/2$ rientrano il primo ed il secondo picco di interferenza: é su questi che possiamo completare la nostra analisi dando una stima di resistenza di radiazione totale. Otteniamo un valore di

$$r \simeq 0.8 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm/km} \quad (10.20)$$

che rappresenta una stima per difetto ed allo stesso tempo ci dà comunque l'ordine di grandezza della resistenza di radiazione del sistema di due fili accoppiati.

Ci sono due confronti che possiamo fare con questa resistenza:

- 1) La resistenza ottenuta da Belcastro et al. per un filo unico é $r \simeq 2.6 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm/km}$, che é stata calcolata senza restrizioni di validità fluide. Abbiamo ricalcolato la resistenza per un filo in modo più rigoroso, attinendoci al regime fluido, e abbiamo ottenuto un valore di $r \simeq 0.7 \cdot 10^{-4} \text{ Ohm/km}$. Non ci sorprende che i due sistemi abbiano valori di resistenza dello stesso ordine di grandezza perché la loro emissione é molto simile, fatta eccezione per la modulazione dovuta all'interferenza che non cambia comunque l'ordine di grandezza del sistema con doppio filo.
- 2) La resistenza dovuta all'effetto Ohm per un filo di alluminio vale $r \simeq 40 \text{ Ohm/km}$, che supera la resistenza di radiazione di 5 ordini di grandezza. Questo confronto ci fa capire che la corrente nei fili potrà essere calcolata tramite la legge di Ohm e a tal fine si potrà trascurare la resistenza di radiazione.

Capitolo 11

Sorgente a spira

11.1 Formula per la resistenza di radiazione

Consideriamo ora una sorgente assimilabile ad un dipolo magnetico, composta da una corrente disposta lungo i lati di un quadrato. Chiamando \hat{x} l'asse delle coordinate parallelo a \mathbf{v} e \hat{z} quello parallelo a \mathbf{B} , allora abbiamo 4 segmenti di corrente di lunghezza L , due dei quali sono diretti lungo \hat{x} e due lungo \hat{y} . La densità di corrente corrispettiva é:

$$\begin{cases} J_x(\mathbf{r}, t) = I_0 \mathcal{X}_x[vt - L, vt] \{ \delta(y + L/2) - \delta(y - L/2) \} \delta(z) e^{-i\omega_0 t} \\ J_y(\mathbf{r}, t) = I_0 \{ \delta(x - vt) - \delta(x - vt + L) \} \mathcal{X}_y[-L/2, L/2] \delta(z) e^{-i\omega_0 t} \\ J_z(\mathbf{r}, t) = 0 \end{cases} \quad (11.1)$$

dove $\mathcal{X}[a, b]$ é la funzione caratteristica dell'insieme $[a, b]$ (vale 1 dentro e 0 fuori). Passando in trasformata di Fourier otteniamo:

$$\begin{cases} J_1(\mathbf{k}, \omega) = (4\pi) I_0 \sin(k_y \frac{L}{2}) \{ 1 - e^{ik_x L} \} \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) \{ -\frac{1}{k_x} \} \\ J_2(\mathbf{k}, \omega) = (4\pi) I_0 \sin(k_y \frac{L}{2}) \{ 1 - e^{ik_x L} \} \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) \{ +\frac{1}{k_y} \} \\ J_3(\mathbf{k}, \omega) = 0 \end{cases} \quad (11.2)$$

La potenza media irradiata dal dipolo può essere scritta in questo caso nella seguente forma

$$\bar{P} = r I_0^2 \quad (11.3)$$

dove abbiamo introdotto qui la resistenza di radiazione r . Eseguiamo ora la proiezione della corrente 11.2 sul vettore di polarizzazione 9.12 ricordando che le correnti sono scritte in un sistema di coordinate solidale con la velocità $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ e la polarizzazione in uno solidale col numero d'onda $(\hat{k}_\perp, \hat{\phi}, \hat{k}_\parallel)$ che hanno l'origine ed il terzo asse in comune e sono ruotati di ϕ l'uno rispetto all'altro. La proiezione si scrive:

$$|J_1 e_1 \cos \phi - J_1 e_2 \sin \phi + J_2 e_1 \sin \phi + J_2 e_2 \cos \phi|^2$$

e la resistenza, dalla formula per la potenza generica 9.9:

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{1}{I_0^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi^2} \int d^3\mathbf{k} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss} \delta[\Lambda] I_0^2 (4\pi)^2 \sin^2(k_y \frac{L}{2}) \left| 1 - e^{ik_x L} \right|^2 \cdot \\
 &\quad \cdot \frac{|e_2|^2}{k^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi \cos^2 \phi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{T}{(2\pi)} \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) = \\
 &= \frac{4}{\pi} \int d^3\mathbf{k} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} \lambda_{ss} \delta[\Lambda] \delta(\omega - \omega_0 - k_x v) |e_2|^2 \frac{\sin^2(k_y \frac{L}{2}) \{2(1 - \cos(k_x L))\}}{k^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi \cos^2 \phi}
 \end{aligned}$$

Completiamo ora il passaggio a coordinate sferiche (k, θ, ϕ) con assi di riferimento \mathbf{B} e \mathbf{v} :

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{B}| |\mathbf{k}|}, \quad \cos \phi = \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{v}| |\mathbf{k}|}$$

Con queste coordinate abbiamo:

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{4}{\pi} \int_0^\infty dk k \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega} k \lambda_{ss}(k, \theta, \omega) |e_2(k, \theta, \omega)|^2 \delta[\Lambda(k, \theta; \omega)] \\
 &\quad \delta(\omega - \omega_0 - kv \sin \theta \cos \phi) \frac{\sin^2(k \sin \theta \sin \phi \frac{L}{2}) \{2(1 - \cos(kL \sin \theta \cos \phi))\}}{k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 \phi}
 \end{aligned}$$

Operiamo ora l'integrazione in dk sfruttando la $\delta[\Lambda]$ come nel caso della sorgente a doppio filo:

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \int_0^\infty \frac{d\omega}{c} \frac{\lambda_{ss}(\omega, \theta, \phi)}{n_\sigma(\omega, \theta) \sin^2 \theta \cos^2 \phi \sin^2 \phi} \frac{|e_2(k, \theta, \omega)|^2}{|\partial \Lambda / \partial n^2|} \\
 &\quad \sin^2 \left(\frac{n_\sigma(\omega, \theta) \omega}{c} \sin \theta \sin \phi \frac{L}{2} \right) \left\{ 2 \left(1 - \cos \left(\frac{n_\sigma(\omega, \theta) \omega}{c} L \sin \theta \cos \phi \right) \right) \right\} \\
 &\quad \delta \left(\omega - \omega_0 - n_\sigma(\omega, \theta) \frac{v}{c} \omega \sin \theta \cos \phi \right)
 \end{aligned}$$

Eseguiamo ora l'integrazione in $d\omega$, dopo esser passati alla variabile adimensionale $\xi = \omega/\Omega_i$ e tenendo conto che

$$\delta \left(\xi - \xi_0 - n_\sigma \frac{v}{c} \xi \sin \theta \cos \phi \right) = \frac{\delta(\xi - \xi_{\sigma,c})}{\left| \left(\frac{v}{c} \right) \sin \theta \cos \phi \frac{\partial n_\sigma}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_{\sigma,c}} \xi_{\sigma,c}}$$

Riportiamo direttamente la formula dove abbiamo raccolto i vari termini:

$$r = r_0 \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \frac{G_\sigma(n_\sigma^2(\xi_{\sigma,c}, \theta); \xi_{\sigma,c}, \theta, \phi)}{F(\xi_{\sigma,c}, \theta, \phi)} \frac{H_L(n_\sigma^2(\xi_{\sigma,c}, \theta); \xi_{\sigma,c}, \theta, \phi)}{\left| \left(\frac{v}{c} \right) \frac{\partial n_\sigma}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_{\sigma,c}} \xi_{\sigma,c}} \quad (11.4)$$

Abbiamo introdotto le funzioni:

$$G_\sigma(n_\sigma^2(\omega, \theta); \omega, \theta) = |\varepsilon_1 \varepsilon_3 - n_\sigma^2 \varepsilon_1 \sin^2 \theta - n_\sigma^2 \varepsilon_3 \cos^2 \theta|$$

$$F(\omega, \theta) = \left| \frac{\partial \Lambda}{\partial n^2} \right| = \sqrt{B^2 - 4AC}$$

$$H_{L,2}(n_\sigma^2(\omega, \theta); \omega, \theta, \phi) = \frac{2 \sin^2 \left(\frac{n_\sigma \omega}{c} \frac{L}{2} \sin \theta \sin \phi \right) (1 - \cos(\frac{n_\sigma \omega}{c} L \sin \theta \cos \phi))}{n_\sigma |\sin^3 \theta| |\cos^3 \phi| \sin^2 \phi}$$

La *resistenza di radiazione di base* r_0 ha le dimensioni di una resistenza e lascia l'integrale adimensionale:

$$r_0 = \frac{2}{\pi} \frac{1}{c}$$

Osserviamo che le informazioni sulle dimensioni della sorgente L sono contenute tutte nella funzione $H_{L,2}$, dove il pedice 2 la differenzia dalla funzione per la sorgente a doppio filo.

La resistenza di radiazione differenziale \hat{r} vale:

$$\hat{r}(\theta, \phi) = \frac{G_\sigma H_{L,2}}{\left| \left(\frac{v}{c} \right) \frac{\partial n_\sigma}{\partial \xi} \right|_{\xi=\xi_{\sigma,c}} \xi_{\sigma,c}} F \quad (11.5)$$

e ci dà il contributo riscalato con r_0 , in ogni direzione, della resistenza di radiazione del sistema. La resistenza totale può essere calcolata numericamente come:

$$r = r_0 \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \hat{r}(\theta, \phi) \quad (11.6)$$

11.2 Risultati per l'emissione

Anche l'emissione da parte di una spira, come quella da parte di una coppia di fili, é caratterizzata dal fenomeno dell'interferenza che modula l'emissione a picchi e valli, la cui distanza angolare dipende dal rapporto χ tra dimensione caratteristica del sistema L e lunghezza d'onda λ .

Nel caso di una frequenza forzata nel sistema ($\omega_0 \neq 0$) la frequenza soluzione di Cherenkov varia con la direzione intorno alla frequenza ω_0 , che viene emessa a $\theta = 0$ per ogni ϕ e a $\phi = \pm\pi/2$ per ogni θ , come si vede dalla

$$n = \frac{kc}{\omega} = \frac{c}{v \sin \theta \cos \phi + \frac{\omega_0}{k}} \quad (11.7)$$

Una corrente alternata forzata nella spira può perciò emettere onde di ogni tipologia di frequenze. Il limite minimo intorno a $\xi \simeq 160$ vale invece anche per la spira nel caso di emissione per puro effetto Cherenkov (vedi Fig. 6.1). Ciò é dovuto al fatto che non possono essere emesse onde con lunghezza d'onda molto più grande della spira L (eq. 10.13).

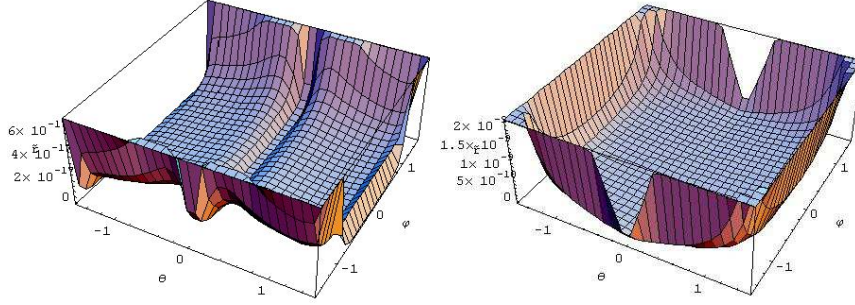


Figura 11.1: Resistenza di radiazione per onde di Alfvén con $\xi_0 = 0.1$ e whistlers con $\xi_0 = 10$

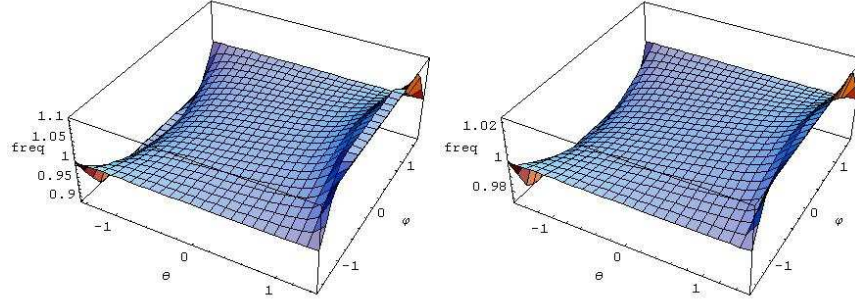


Figura 11.2: Frequenza di emissione per onde di Alfvén con $\xi_0 = 0.1$ e whistlers con $\xi_0 = 10$

Consideriamo in seguito i risultati ottenuti applicando la formula per la resistenza di radiazione differenziale 11.5 nel caso di Cherenkov puro, che é il caso più interessante dal punto di vista del progetto AcME. La lunghezza normalizzata \hat{L} , che ci dà informazioni sul comportamento dell'interferenza, può essere calcolata anche per la nostra sorgente a spira in regime di whistlers e onde CE utilizzando l'indice di rifrazione 6.19 e la formula per la frequenza soluzione di Cherenkov:

$$\xi_c(\theta) \simeq M|\cos \theta| - \frac{v^2}{c^2} \Omega^2 \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \phi}{|\cos \theta|} \quad (11.8)$$

che vale però solo per frequenze maggiori della deviazione caratteristica di $\xi \simeq 200$. Per $\xi \geq 200$, corrispondente a $\theta \leq 89.8^\circ$, \hat{L} entra nella funzione $H_{L,2}$ con:

$$\hat{L} \sin \theta \cos \phi = \frac{\Omega_e L}{v} \cos \theta \cos \phi \simeq 780 \cos \theta \cos \phi \quad (11.9)$$

Fissato θ il massimo della funzione $H_{L,2}$ é assunto in $\phi = 0$ e le oscillazioni di

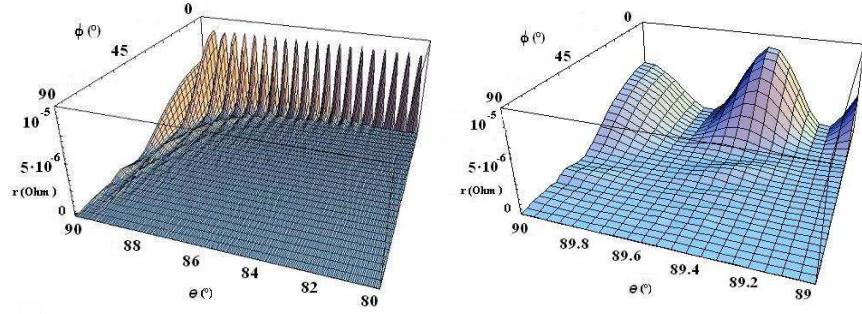


Figura 11.3: Resistenza di radiazione per puro effetto Cherenkov ($\xi_0 = 0$) in tutte le direzioni e vicino a $\theta = \pi/2$.

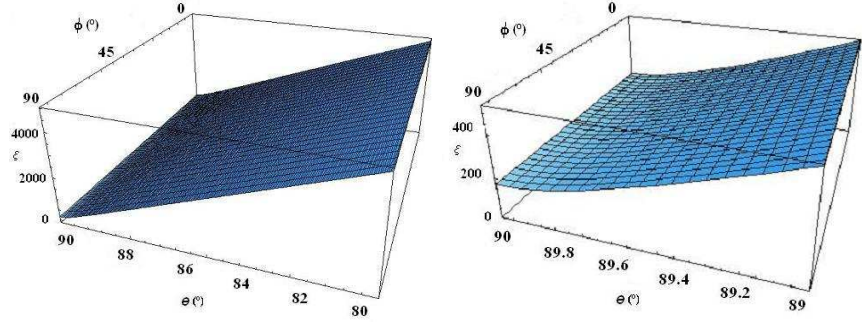


Figura 11.4: Frequenze relative.

interferenza lungo ϕ si allargano per $\theta \rightarrow \pi/2$, facendo sì che il contributo dei picchi all'emissione sia sempre più importante, man mano che θ si avvicina a $\pi/2$.

Il periodo angolare $\hat{\theta}$ calcolato a $\phi = 0$ e vicino a $\theta = \pi/2$ (ma per $\theta \leq 89.8^\circ$), vale, come nel caso della sorgente a doppio filo:

$$\hat{\theta} = \frac{2\pi}{\hat{L}} \simeq 0.008 \text{ rad} \simeq 0.46^\circ \quad (11.10)$$

Il comportamento per $\theta > 89.8^\circ$ dipende dallo stabilirsi delle frequenze intorno a $\xi \simeq 160$ anziché scendere linearmente a zero con $\theta \rightarrow \pi/2$, cosicché anziché avere un nodo in $\pi/2$ il “monte” dominante, quello con frequenza più bassa, viene allargato e traslato verso $\theta = \pi/2$ con picco proprio in $\pi/2$:

$$\theta_{max,1} = \pi/2 \quad (11.11)$$

Anche per la spira abbiamo scelto una dimensione di $1m$ e la frequenza $\omega_\tau \simeq 200$ cade, come ci aspettavamo, vicino al picco dominante e rappresenta il contributo principale all'emissione. Nemmeno la posizione del secondo massimo d'interferenza

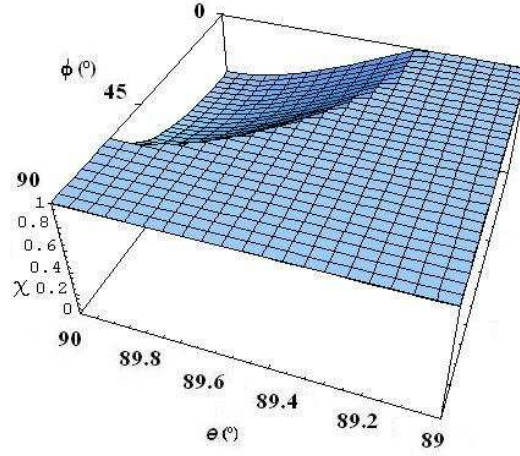


Figura 11.5: Funzione caratteristica del regime fluido (il grafico é stato tagliato all'altezza $\chi = 1$)

può essere calcolata con la 11.9 perché rientra in angoli θ ancora troppo vicini a $\pi/2$, possiamo però ottenere il valore dal grafico in Fig. 11.3, ottenuto con formule generali:

$$\theta_{max,2} = 1.56 \text{ rad} \simeq 89.4^\circ \quad (11.12)$$

che corrisponde ad un picco d'emissione di onde con frequenza $\omega \simeq 350$.

I grafici ci danno informazioni affidabili solo dove la funzione $\chi = 2\pi\rho_e/\lambda$ é inferiore a 1, per le restrizioni di limite fluido. Possiamo calcolare quindi una resistenza totale come integrale di $\hat{r}(\theta, \phi)$ negli angoli che soddisfano le restrizioni fluide, ottenendo una stima per difetto:

$$r \simeq 0.6 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm} \quad (11.13)$$

A differenza della sorgente a filo singolo del TSS o a doppio filo, questo non é un valore di resistenza per unità di lunghezza ma una resistenza totale. Confrontiamola con la resistenza del filo infinito e con la resistenza Ohmica:

1) La resistenza ottenuta da Belcastro et al. per un filo unico riscalata per un metro di lunghezza é $r \simeq 2.6 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}$ calcolata senza restrizioni di validità fluide e se ci mettiamo in tali restrizioni diventa $r \simeq 0.7 \cdot 10^{-7} \text{ Ohm}$. La resistenza di una spira non differisce quindi sostanzialmente da quella di un filo. Abbiamo la differenza che nel caso del filo l'emissione é tutta nel piano contenente la velocità e il campo magnetico terrestre ($\phi = 0$) mentre la spira ha il picco di emissione concentrato anche lei a $\theta \simeq \pi/2$ ma distribuito in uno spettro ampio di angoli ϕ nel piano perpendicolare al campo magnetico.

2) La resistenza dovuta all'effetto Ohm per un filo di alluminio di un metro vale $r \simeq 0.04 \text{ Ohm}$, che supera la resistenza di radiazione di 5 ordini di grandezza.

Capitolo 12

Stima della potenza irradiata da AcME e conclusioni

12.1 Potenza irradiata

L'idea del progetto AcME é quella di studiare come interagisce con l'ambiente circostante un satellite *magnetizzato*, ovvero circondato da un campo magnetico dipoloidale creato da una corrente interna al satellite. Abbiamo scelto una dimensione tipica del satellite e ottenuto un valore di resistenza di radiazione relativa ad una spira in cui scorre una corrente continua. Nell'ottica di creare un buon dipolo magnetico conviene utilizzare al posto di un'unica spira una bobina, costituita da un numero di spire che tipicamente potrebbe essere dell'ordine di 10^4 e con una corrente di $10A$ [25, 26, 27, 29, 30].

La resistenza Ohmica scala come la lunghezza del filo e quindi é lineare nel numero di spire. Se chiamiamo I_0 la corrente che scorre nel filo, ρ la resistenza ohmica di una sola spira di alluminio e n il numero di avvolgimenti abbiamo:

$$P_{Ohm} = \rho n I_0^2 \simeq 1.2 \cdot 10^5 W \quad (12.1)$$

Nel calcolo della resistenza di radiazione r abbiamo invece eliminato la dipendenza dal numero di spire insieme a quella dall'intensità di corrente, per cui nella nostra costruzione considerare un numero di spire anziché una sola si traduce nel considerare una corrente altrettanto più grande anziché quella che passa nel filo. Usiamo il valore di $r \simeq 0.6 \cdot 10^{-7} Ohm$ per una spira di un metro ottenendo:

$$P_{rad} = r I_{tot}^2 = r n^2 I_0^2 \simeq 600 W \quad (12.2)$$

Una tale potenza é fino a due ordini di grandezza superiore a quella emessa dai trasmettitori tipici dei satelliti utilizzati per telecomunicazioni [28].

E' ancora in corso la progettazione della diagnostica di AcME, da installare sul satellite stesso o su satelliti minori da posizionare intorno a quello principale. Per avere informazioni sulla rivelabilità di una tale emissione da Terra é in corso uno

studio che vuol capire da un lato come varia l'indice di rifrazione delle onde CE avvicinandosi alla superficie e in particolare se sono presenti risonanze o cutoff, dall'altro se la loro polarizzazione é compatibile con l'accoppiamento alle onde elettromagnetiche nel vuoto, capaci di propagarsi anche dove l'atmosfera é completamente neutra.

Per quanto riguarda la potenza dissipata in effetto Ohm riteniamo che sia fattibile l'idea di moderarla molto utilizzando al posto di una bobina di filo di metallo un magnete superconduttore, presente già in altri progetti spaziali il più noto dei quali é forse l'AMS-02, *Alpha Magnetic Spectrometer 2* [29, 30].

12.2 Conclusioni

Un satellite dotato di un campo magnetico autogenerato offre l'opportunità senza precedenti di studiare interazioni con la ionosfera concettualmente diverse da quelle studiate fino ad oggi.

In questo lavoro ci siamo messi nell'ottica di ideare un esperimento di plasma *attivo* e di studiare fenomeni *collettivi* e abbiamo stabilito di conseguenza a quali altezze orbitali deve esser collocato il nostro esperimento. Per far questo abbiamo prima delineato l'andamento di densità, temperatura e campo magnetico da 100 a 10000km sopra la superficie terrestre. In base a questi abbiamo quindi calcolato i parametri di plasma che definiscono, in base alle scale spaziali e temporali del sistema studiato, se il plasma viene perturbato in modo collettivo o no. Abbiamo poi studiato la propagazione delle onde di plasma a quelle altezze tramite la relazione di dispersione in regime di plasma freddo e i tipi di onde che si possono generare per effetto Cherenkov, che ci dà informazioni sulla frequenza delle onde emesse ad ogni direzione. Il risultato é stato la selezione delle onde di whistlers nel regime di risonanza di ciclotrone elettronica. Abbiamo considerato l'emissione da parte di due particolari sorgenti: una coppia di fili paralleli infinitamente lunghi e con corrente opposta in verso e una corrente disposta sui lati di un quadrato, le due successive approssimazioni della spira del progetto AcME. Per ognuna delle due sorgenti abbiamo disegnato, scelta la frequenza più interessante per l'emissione, il cono di Mach che descrive la distribuzione spaziale dell'emissione intorno al satellite. Una volta descritto il tipo di onde e la loro distribuzione spaziale abbiamo affrontato il problema di dare una stima della potenza emessa. La teoria della resistenza di radiazione é stata ricostruita per le due sorgenti in esame ed é stata ricavata una formula di resistenza di radiazione differenziale, valida sia nel caso di una corrente alternata forzata nella sorgente sia nel caso di una corrente continua. Abbiamo descritto i fenomeni di interferenza che caratterizzano la distribuzione dell'emissione intorno al satellite ai vari angoli e stimato la posizione dei relativi massimi di intensità. I risultati finali sono stati il valore della resistenza di radiazione differenziale per le due sorgenti e la resistenza totale dovuta all'emissione di onde. La potenza é stata calcolata di conseguenza e confrontata con la potenza dissipata in effetto Ohm e

con la potenza studiata da Belcastro et al. per il sistema TSS [23]. Questi risultati saranno presto confrontati con quelli di simulazioni numeriche 2D e 3D PIC e Vlasov, che verranno portate a termine a breve dal gruppo di plasmi dell'Università di Pisa.

Ci aspettiamo che un sistema come AcME interagisca con la ionosfera circostante non solo con onde di plasma, ma con la creazione di vortici magnetici e fenomeni di riconnessione delle linee di forza magnetiche sia a prua che nella coda della magnetosferina autogenerata. Riteniamo che potrebbe essere interessante studiare la dinamica della *bolla magnetica* creata intorno al satellite anche nel caso in cui del plasma venga emesso dal satellite stesso, e non solo raccolto dalla ionosfera: sarebbe interessante capire se questa bolla magnetica riuscirebbe a tenere a sé la magnetosferina accrescendo la propria dimensione e con essa la potenza della perturbazione nella ionosfera o se la pressione del vento ionosferico tenderebbe a spazzar via il plasma in eccesso creando una situazione di regime con scale spaziali non molto più grandi di quella di partenza.

12.3 Ringraziamenti

Ricordo ancora il timore che mi riempiva circa cinque anni fa, quando mi veniva offerta l'opportunità di completare i miei studi in un modo che andava al di là dei miei sogni, ma che allo stesso tempo ai miei occhi si dipingeva come un drastico cambiamento di vita. Se avessi dovuto firmare un impegno a lasciare il mio mondo anche per solo un anno, di certo non l'avrei firmato. In realtà scoprii che la fortuna mi aveva sorriso due volte: non solo mi venivano aperte le porte dell'istruzione d'eccellenza, ma anche in una terra a due passi dalla mia. Ho imparato presto ad apprezzare Pisa grazie soprattutto ai miei compagni, che insieme a me hanno camminato in questi cinque anni instaurando un legame affettivo che solo un lungo viaggio può creare: Andrea, Anna, Annalisa, Carlo, Damiano, Enrico, Fabio, Giuseppe, Jacopo, Luca, Pietro e Umberto. E' insieme che abbiamo appreso i *segreti* della matematica e della fisica e ancora insieme abbiamo trovato ognuno il suo settore. E così ho conosciuto il prof. Pegoraro, vagando di studio in studio alla ricerca di una strada che sentissi mia. Di lui mi colpì fin da subito la capacità di cogliere, della grande moltitudine di forme del mondo, la natura che le accomuna e passare da una disciplina all'altra dissolvendo tra loro i confini. E' lui che ringrazio oggi per avermi dato molto più che un metodo.

Concludo così questo ciclo di studi e dopo cinque anni mi sento cresciuto. E mi rincuora sapere che in questo mio cammino non sono mai stato solo: ogni tramonto sull'Arno proiettava una dolce ombra accanto alla mia. E' la mia Giulia che ringrazio per essermi stata vicino in ogni momento. Perché con lei tutto è stato più bello.

Infine l'ultimo mio grazie, ed il più grande, va ai miei genitori. Perché mi hanno sempre spinto a scegliere col cuore. E perché il loro appoggio è la mia più grande certezza.

Bibliografia

- [1] Cfr. ESA project ESTEC AO/1-4615/04/NL/LvH;
- [2] R. Balthazor, The Ionosphere - Thermosphere System,
www.shef.ac.uk/~sparc/summer_school/www9.ppt;
- [3] J. Woch, Energetic Neutral Atom - ENA - Imaging Application to Planetary Research,
http://www.linmpi.mpg.de/solar-system-school/lectures/woch_ena_s3.pdf;
- [4] H. Zhu et alii, (2001) Ionosphere-Magnetosphere simulation of small scale structure and dynamics. Journal of Geophysical Research, 106 (A2), 1795-1806.
<http://eprints.soton.ac.uk/9171/>;
- [5] S. Milan, The Thermosphere and Ionosphere,
www.astro.gla.ac.uk/users/iain/sumschool/talks/Ionospheres.ppt;
- [6] H. Korth et alii, Particle Tomography of the Inner Magnetosphere,
http://nis-www.lanl.gov/~hkorth/Download/GEM_2001_Talk.pdf;
- [7] ESA: ECSS Space Environment Standard,
<http://www.estec.esa.nl/wmwww/WMA/standards/ecss/ecss.html>;
- [8] International Reference Ionosphere Model (IRI-90),
<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/>;
- [9] F. Darrouzet, Plasmasphere Measurements from Spacecraft, dati di Carpenter and Anderson del 1992,
http://www.magnet.oma.be/plasmasphere/Articles_PDF/Meeting_IASB_PLS_24_25FEB2003/Talk_IASB_PLS_24_25FEB2003_Darrouzet.pdf
- [10] A. V. Pavlov et alii, Comparison of the measured and modelled electron densities and temperatures in the ionosphere and plasmasphere during 20-30 January, 1993, 2000, <http://www.copernicus.org/EGU/annales/18/ag18/1257.pdf>;
- [11] R. C. Olsen et alii, Plasma Observations at the Earth's Magnetic Equator, 1987,
http://www.physics.nps.navy.mil/olsen/Equatorially_trapped/Plasma_Observations_at_the_Earth.pdf;

- [12] J. Lemaire et alii, Recent Progress in Modeling the Plasmasphere, Energetic Particles, as well as the Interaction between the Solar Wind and the Magnetosphere, SPACE SCIENTIFIC RESEARCH IN BELGIUM / VOL. 2 SPACE SCIENCES PART 2,
www.busoc.be/general/spacesciences/JLemaireVPierrardMEchimTDachev.pdf;
- [13] Plasmasphere and plasmopause, dati di Carpenter and Anderson, 1992,
<http://www.oulu.fi/~spaceweb/textbook/plasmasp.html>;
- [14] T. Mikaelian, Spacecraft Charging and Hazards to Electronics in Space,
<http://web.mit.edu/tsoline/www/spaceEnv.pdf>;
- [15] Fortescue, Stark, Swinerd, Spacecraft Systems Engineering, p. 22-23, Wiley editor;
- [16] E. Drakou et alii, Ion Temperature measurements from the Akebono suprathermal mass spectrometer: Application to the polar wind, 1997,
<http://www.ted.isas.ac.jp/~abe/Paper/1-35.pdf>;
- [17] Natural Orbital Environment Guidelines for Use in Aerospace Vehicle Development, Jeffrey Anderson, 1994, NASA Technical Memorandum 4527;
- [18] Oyama, Abe, Morphology of electron temperature in the high latitude plasmasphere, 1995, <http://www.ted.isas.ac.jp/~abe/Paper/1-20.pdf>;
- [19] N. Balan et alii, Plasmasphere electron temperature studies using satellite observations and a theoretical model, 1996,
<http://www.ted.isas.ac.jp/~abe/Paper/1-31.pdf>;
- [20] M. Swisdak, Diamagnetic suppression of component magnetic reconnection at the magnetopause, 2003,
<http://www.glue.umd.edu/~shay/papers/diamag.pdf>;
- [21] Plasma Formulary, Naval Research Laboratory, revised 1990;
- [22] A.I.Akhiezer et al. Plasma Electrodynamics, Pergamon Press;
- [23] V. Belcastro, P. Veltri, M. Dobrowolny, "Radiation from long conducting tethers moving in the near-earth environment", *Nuovo Cimento C*, **5C**, 537-560 (1982);
- [24] D.B. Melrose, Plasma Astrophysics, Vol 1, Ed. Gordon and Breach;
- [25] J.T. Mendonca et alii, Physical problems of Artificial Magnetospheric Propulsion;
- [26] J. Loureiro, Creation and expansion of a magnetized plasma bubble;
- [27] M. Capell, An overview of the Alpha Magnetic Spectrometer, 1997,
<http://ams.cern.ch/AMS/Description/overview.html>;

- [28] David J. Whalen, Communications Satellites: Making the Global Village Possible, <http://www.hq.nasa.gov/office/pao/History/satcomhistory.html>;
- [29] B. Blau et alii, The Superconducting Magnet System of AMS-02 - A Particle Physics Detector to be Operated on the International Space Station, 2001, <http://www.spacecryo.com/technical/Blau%20preprint.pdf>;
- [30] S. Harrison et alii, Status of the Superconducting Magnet for the Alpha Magnetic Spectrometer, 2004, http://www.spacecryo.com/technical/4LR01_Final.pdf.